

INFOR-FONDEF

INFOR
253d
c.4



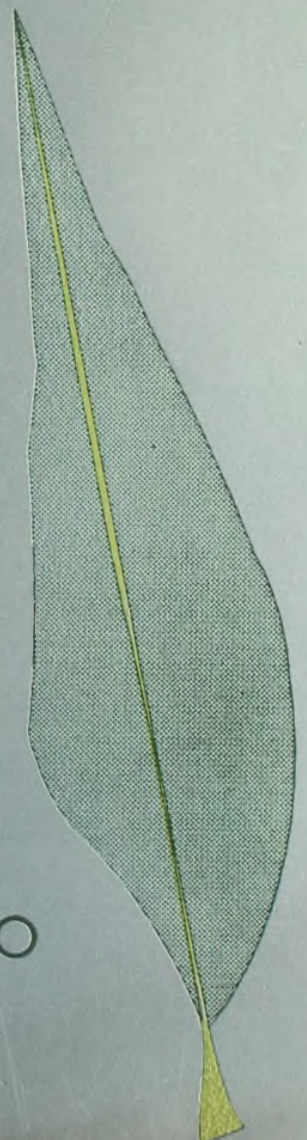
0014095

Análisis preliminar para la determinación de funciones de ahusamiento en Eucalipto

Juan Carlos Pinilla Suárez

Proyecto CONICYT-FONDEF
Antecedentes biométricos y
modelos de apoyo a la
gestión racional del Eucalipto

Junio 1996



INFOR-FONDEF

**Análisis preliminar para la
determinación de funciones de
ahusamiento en eucalipto.**

**Proyecto CONICYT-FONDEF
Antecedentes biométricos y
modelos de apoyo a la gestión
y manejo racional del
Eucalipto**

Junio 1996

Análisis preliminar para la determinación de funciones de ahusamiento en eucalipto

**Juan Carlos Pinilla Suárez, Carlos Bahamóndez, Mauro Ferrando
y Marjorie Martin**

Instituto Forestal - Proyecto FONDEF 2/33

Resumen

Dentro de las actividades del Proyecto **FONDEF 2/33** se desarrolló un modelo de ahusamiento para eucalipto. Los datos para la construcción de este modelo provinieron de rodales de eucalipto ubicados entre la VIII y X Región, obteniendo la información a través del volteo y medición de los árboles. Se utilizó el ajuste de un modelo polinomial y de árbol individual o parametrizado. El modelo se ajustó, en primer lugar, para todas las especies en forma agrupada (**E. globulus**, **E. nitens** y **E. delegatensis**) y luego, en forma separada (**E. globulus** y **E. nitens**). Al analizar los resultados, según tipo de modelo y especies, se concluye que un modelo general de tipo polinomial sería recomendable para ser empleado en las especies de eucalipto. El modelo obtenido es confiable en sus estimaciones, pero se debe considerar que su construcción se basa en información proveniente de rodales jóvenes de eucalipto. El desarrollar un modelo más eficiente dependerá de aumentar la base de datos requerida en su construcción, tanto en edades como en el número de especies.

1 Introducción

Para la cuantificación de los productos forestales que el bosque puede proporcionar se recurre, principalmente, a la determinación del volumen de los árboles o parte de él, siendo este parámetro una de las informaciones importantes en la descripción de las masas forestales.

Existen numerosas formas para la determinación del volumen de un árbol, pero no es así para obtener el volumen de secciones del fuste. Para solucionar este problema se han desarrollado modelos matemáticos que describen el perfil del fuste de un árbol.

Estos modelos matemáticos se denominan *modelos de ahusamiento* y consisten, básicamente, en relaciones funcionales que usan como variable dependiente el diámetro del fuste a cualquier altura desde el nivel del suelo, y como variables independientes, variables de estado del árbol que son fáciles de medir, como lo son el DAP y la altura total. Estas son funciones que representan la variación diamétrica a lo largo del fuste en relación a una o más variables que caracterizan la forma de los mismos.

Para cuantificar la forma del fuste son necesarias varias mediciones de diámetros y alturas a lo largo de él, requiriéndose, además, conocer los parámetros del árbol que la forma del fuste varía de árbol en árbol.

Los *modelos de ahusamiento* permiten estimar diámetros en cualquier punto o sección del fuste, proporcionando información acerca de la disponibilidad y características de la materia prima, permitiendo desagregar las existencias volumétricas según las dimensiones de las trozas bajo cualquier especificación, ya sea sobre su longitud o diámetros límites. Son importantes, además, en el modelamiento de la forma del árbol en los procesos de simulación del trozado

Algunos estudios han destacado las ventajas de utilizar las *funciones o modelos de ahusamiento* para la determinación del volumen. Para ello asimilan la forma del fuste a un sólido de revolución, (Husch et al., 1982), o bien con relaciones funcionales que permiten estimar el diámetro del fuste a una altura determinada del árbol (Bruce et al., 1968; Max and Burchart., 1976; Demaerschalk and Kozak, 1977; Cao et al., 1980, Pera, 1982; Coffré, 1983 y Cox, 1985 entre otros).

La función de ahusamiento utilizada permitiría estimar volúmenes totales de los árboles, el volumen de trozas entre dos puntos cualesquiera a lo largo del fuste y el diámetro de cualquier sección transversal del fuste.

En general, un buen modelo debería cumplir con ser suficientemente flexible, compatible, buen estimador, simple en su expresión analítica, de fácil aplicación y/o costo y ser lógico en su formulación.

En el país existen algunos modelos de ahusamiento desarrollados para ***Pinus radiata*** en diferentes regiones (Pera, 1982; Coffré, 1983; y Cox, 1985), y para renoveles de roble y raulí (Kahler, 1993) en donde son probados una serie de modelos. Sin embargo, la información sobre la utilización de estas funciones en especies del género *Eucalyptus* no existe o es muy limitada.

Debido a la falta de antecedentes en este sentido, el proyecto FONDEF 2/33, **Antecedentes Biométricos y Modelos de Apoyo a la Gestión y Manejo Racional del Eucalipto** está reuniendo una base de datos que permitirá determinar modelos de ahusamiento para las especies de eucalyptus de interés en este estudio, utilizando la información disponible y métodos y técnicas estadísticas.

El presente trabajo tiene por objeto describir lo realizado por el proyecto FONDEF 2/33 en la construcción de un modelo de ahusamiento para eucalipto, presentando un modelo preliminar basado en la información actualmente disponible, siendo una primera aproximación en este tipo de estudio y un orientador para la investigación posterior. El modelo final se obtendrá a partir del análisis de la totalidad de la información que el proyecto generará para este estudio.

2 Datos

La información se ha generado desde rodales de eucalipto ubicados entre la VIII y X Región, facilitados por las empresas participantes del proyecto. La metodología para obtener la información experimental se describe en el documento sobre determinación de funciones de volumen para eucalipto (Bahamóndez, 1996).

Brevemente, se puede mencionar que para la selección de los rodales de eucalipto a muestrear se consideró la edad del rodal, la especie, origen del rodal (monte alto o bajo) y su ubicación geográfica.

En cada rodal muestreado se instaló una parcela temporal de 500 m², circular o cuadrada según las características del bosque, numerando y midiendo el DAP en todos los árboles. Posteriormente se seleccionó 3 árboles de la parcela escogidos mediante un algoritmo que determinaba en qué individuos se presentaba el 20, 50 y 80% de la distribución diamétrica existente en la muestra. Los árboles seleccionados fueron volteados y medidos en secciones.

Los datos corresponden a 708 mediciones relativas, provenientes de 77 árboles en 28 rodales muestreados (53% del total de rodales seleccionados durante el proyecto). Estos datos corresponden a 49 árboles de *Eucalyptus globulus*, 25 de *E. nitens* y 3 de *E. delegatensis*. La distribución de estos puntos de muestreo se presenta en el Cuadro N°1.

**CUADRO N°1.
DISTRIBUCION DE PUNTOS DE MUESTREO SEGUN REGION Y
ESPECIE**

REGION	ESPECIES			
	E. globulus	E. nitens	E. delegatensis	TOTAL
VIII	7	5	0	12
IX	4	3	1	8
X	6	2	0	8
TOTAL	17	10	1	28

En cada árbol volteado se registró y midió una serie de variables, las que se detallan a continuación y en la Figura 1:

- a) Número de la parcela.
- b) Número del árbol.
- c) Especie.
- d) Año de plantación.
- e) Región.
- f) Empresa.
- g) Nombre del predio.
- h) Diámetros cada 1 m, desde 50 cm bajo el DAP, hasta los 5 cm.
- i) Largos de las secciones medidas (generalmente 1 metro).
- j) Altura total.
- k) Altura de copa.
- l) Altura de tocón.
- m) Diámetro comienzo de copa.
- n) Diámetro de tocón.
- ñ) Doble espesor de corteza.

Posteriormente, toda la información fue traspasada a una base de datos para su utilización y manejo en este estudio.

La información recolectada fue sometida a un proceso de depuración, gráfica y analítica, eliminándose los datos ilógicos o con errores.

3 Métodos

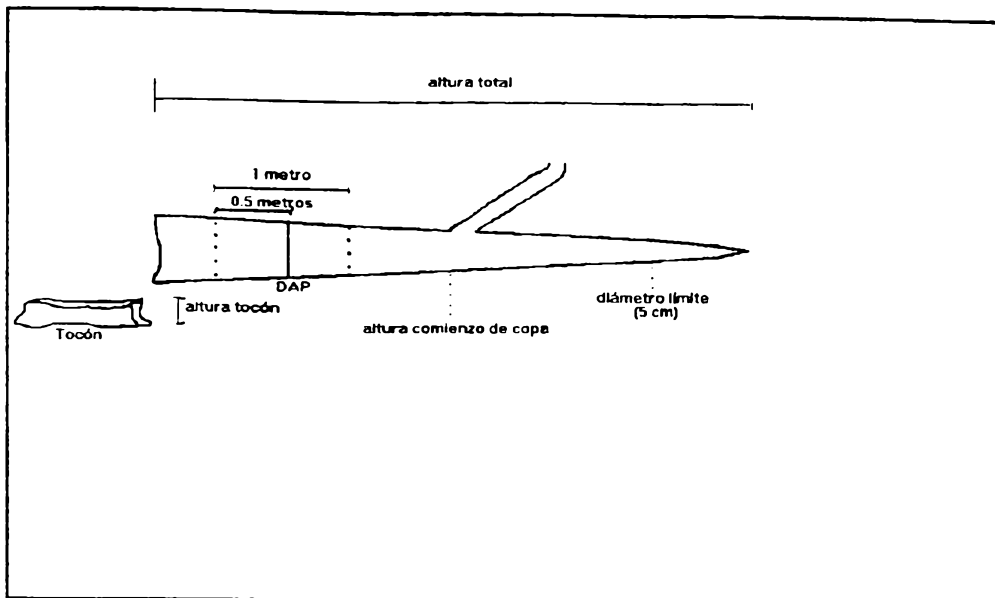


Figura 1. Mediciones realizadas en los árboles volteados.

Con la información depurada se procedió a realizar una serie de análisis para la estimación del modelo de ahusamiento, utilizando los datos en forma agrupada o desagregada según especie y, ya sea, usando un modelo polinomial o un modelo de tipo parametrizado.

3.1 Ajuste de un modelo polinomial de ahusamiento

En una primera etapa se ajustaron modelos polinomiales generales a los datos obtenidos, repitiéndose el proceso separando la información según especie. El ajuste se realizó utilizando el método de los mínimos cuadrados y por la combinación de variables empleadas en los modelos considerados, usando la técnica de regresión paso a paso.

Estos modelos utilizan, generalmente, como variables independientes alguna de las siguientes expresiones:

- i) h/H
- ii) $(H-h)/H$
- iii) $(H-h)/(H-1,3)$

donde:

H = Altura total en metros.

h = Altura de la observación en metros.

Las variables dependientes correspondientes a estos mismos modelos son del tipo:

- i) d/DAP
- ii) d^2/DAP^2
- iii) d

donde:

DAP = Diámetro del fuste en cm a 1,3 metros de altura.

d = Diámetro del fuste en cm a la altura h.

Adicionalmente, en el proceso de ajuste de estos modelos se utilizan variables transformadas, correspondientes a expresiones generales que se relacionan con las diferentes formas que pueden adquirir las variables originales antes mencionadas.

La aplicación de los diferentes modelos sobre los datos originales del estudio, comparando los diámetros reales medidos con los correspondientes estimados, permite evaluar las propiedades de los modelos.

3.2 Selección del modelo

En la selección del modelo de ahusamiento se utilizaron como indicadores de la bondad de ajuste, el error cuadrático medio porcentual (ECM(%)), como indicador de la exactitud de la función; sesgo probable en porcentaje (DIFA(%)), como indicador de la magnitud de los sesgos; el estimador de Durbin-Watson (correlación serial de los residuos del modelo), el coeficiente de correlación y la distribución de los residuos.

Los estudios en este tema mencionan que la forma del fuste es representada más adecuadamente por funciones polinomiales. La literatura señala, además, que los modelos simples en empleo y construcción evidencian buenas propiedades estimadoras.

3.3 Modelo para árboles individuales o modelo parametrizado

Un segundo tipo de estudio se realizó ajustando un modelo de árbol individual. Este análisis alternativo se basa en que cada árbol presenta una forma de fuste distinta por lo que con las observaciones realizadas por árbol es posible determinar funciones de ahusamiento para árboles individuales, ajustando a cada árbol un mismo modelo previamente seleccionado, obteniendo coeficientes diferentes para cada individuo. A continuación se obtienen los estimadores de estos coeficientes, en función de variables que pueden ser distintas a las utilizadas en el modelo seleccionado.

Según la bibliografía, en algunos casos estos modelos parametrizados presentan mejores estimaciones y comportamiento que las funciones de tipo polinomial, por lo que es de interés su análisis y aplicación para este estudio.

3.4 Comparación con las funciones de volumen y de razón

Una vez seleccionado el modelo de ahusamiento, polinomial o parametrizado, se procedió a comparar su comportamiento en relación con 2 tipos de funciones independientes desarrolladas a partir de los datos originales.

Las funciones a comparar correspondieron a una función de volumen y a una función de razón de volumen con diámetro límite de utilización.

El objetivo de este análisis fue el determinar la bondad de las estimaciones de diámetros del modelo de ahusamiento seleccionado, para su posterior uso en los cálculos de volumen, y su posterior comparación con los resultados entregados tanto por la función de volumen como la de razón de volumen.

4 Resultados

Utilizando técnicas estadísticas y observando como se dispersan gráficamente las estimaciones entregadas por los modelos de ahusamiento ajustados, en relación a los datos originales, fue posible establecer las tendencias de las funciones a utilizar y realizar las posteriores comparaciones de los distintos indicadores de la bondad de los ajustes.

Se usó en este proceso la información básica entregada por el muestreo, luego de su depuración, utilizando tanto las variables originales como una serie de transformaciones de ellas y sus combinaciones.

Se intentó compatibilizar la necesidad de obtener un modelo lo más semejante a la situación real (los modelos que representan sistemas biológicos generalmente son complejos), y la simplicidad en las mediciones de las variables requeridas y los costos involucrados, ya que a mayor número de parámetros a estimar en terreno, mayor costo de la información base y su procesamiento.

4.1 Ajuste y selección del modelo de ahusamiento.

Con el objetivo de poder usar estos modelos en caso de no conocer los espesores de corteza, se realizaron los ajustes considerando el DAP con corteza.

4.1.1 Modelo polinómico general.

En el ajuste de la función de ahusamiento se probaron diferentes modelos reportados por la literatura, y algunos probados en estudios desarrollados anteriormente por INFOR, siendo las siguientes 5 funciones las que presentaron un mejor resultado:

$$A) \quad Y^2 = a \cdot F1 + b \cdot F2 + c \cdot h + d \cdot (1/DAP) + e \cdot DAP + f \cdot H + g \cdot F4$$

$$B) \quad Y^2 = a \cdot (1/DAP) + b \cdot DAP + c \cdot F5 + d \cdot F6 + e \cdot H + f \cdot F7$$

$$C) \quad Y^2 = a \cdot F2 + b \cdot h + c \cdot F8 + d \cdot \text{COS}(F8) + e \cdot F7 + f \cdot F6 + g \cdot H$$

$$D) \quad Y^2 = a \cdot H + b \cdot (1/DAP) + c \cdot h + d \cdot F1 + e \cdot F8 + f \cdot \text{COS}(F8) + g \cdot F9$$

$$E) \quad Y^2 = a \cdot \text{COS}(F8) + b \cdot F8 + c \cdot F9 + d \cdot F1 + e \cdot h + f \cdot H$$

donde:

Y	=	d/DAP .
d	=	Diámetro en cm a la altura de medición h.
DAP	=	Diámetro a la altura del pecho en cm.
H	=	Altura total del árbol en metros.
F1	=	$DAP*(H^2-h^2)*(h-1,3)/H^2$.
h	=	Altura en metros de la medición relativa sobre el fuste.
F2	=	$(H^2-h^2)*(h-1,3)/H^2$.
F4	=	$(H_m-h_m)/(H_m-130)$.
H_m	=	Altura total del árbol en milímetros.
h_m	=	Altura de la medición relativa sobre el fuste, en milímetros.
F5	=	$((H_m-h_m)/(H_m-130))^2$.
F6	=	$((H_m-h_m)/(H_m-130))^{10}$.
F7	=	$DAP*(h/H)$.
F8	=	$(H-h)/(H-1,30)$.
F9	=	$((H-h)/(H-1,30))^{10}$.
COS	=	Coseno de la función.
a,b,c,d,e,f,g	=	Coefficientes de las funciones.

Los respectivos valores de los indicadores de bondad de ajuste se exponen en el Cuadro N°2.

El análisis de cada uno de los estimadores de la bondad de ajuste, permite determinar cual de estos modelos presenta la mejor relación con los datos originales.

En primer lugar, el coeficiente de correlación indica la relación entre los puntos de la muestra y el modelo obtenido. Asociado a este valor está el coeficiente de determinación, el que indica en que porcentaje la variación muestral de la variable dependiente puede ser atribuida a variaciones en la(s) variable(s) independiente(s).

Tal como se aprecia en el Cuadro N°2, en los 5 modelos preseleccionados el valor del coeficiente de correlación fue alto, (0,99), mientras que el coeficiente de determinación varió entre 0,985 y 0,99. Esto señala que todos los modelos presentaron una alta relación entre los valores reales y los estimados.

Este coeficiente de correlación está relacionado, además, con el error estándar de la estimación, el cual mide la dispersión de los puntos con respecto del modelo obtenido, y de acuerdo a los resultados del estudio, este no fue superior a 0,107 (modelo E) y 0,084 en los modelos B, C y D.

**CUADRO N°2.
INDICADORES DE AJUSTE DE LOS MODELOS**

	MODELOS				
	A	B	C	D	E
r^2	0,985	0,99	0,99	0,99	0,985
r	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
ECM (%)	8,79	6,00	6,04	5,84	6,87
DIFA (%)	-0,93	1,71	0,17	-0,70	1,37
D-W	1,227	1,562	1,566	1,554	1,765
F_{cal}	6.083,4*	11.952,3*	10.371,2*	10.295,1*	7.703,2*
E.S.	0,104	0,084	0,084	0,084	0,107

Nota : * = Significativo al nivel del 95%.

donde:

r^2	= Coeficiente de determinación.
r	= Coeficiente de correlación
ECM(%)	= Error cuadrático medio en porcentaje.
DIFA(%)	= Diferencia agregada en porcentaje.
D-W	= Estimador de Durbin-Watson.
F_{cal}	= Valor F de la prueba de significancia
E.S.	= Error estándar.

El analizar la correlación serial (autocorrelación) de los residuos del modelo, valor de Durbin-Watson, tiene por objetivo asegurar que los errores a nivel muestral (residuos) no tengan ningún grado de dependencia entre sí para distintos X. Cuando este estimador está entre 1,6 y 2 no existe autocorrelación. En este estudio los valores de este estimador están cercanos al rango donde no existe autocorrelación, con la excepción del modelo A (1,227).

El análisis de varianza realizado señala, además, que las funciones de ahusamiento propuestas explican muy bien los datos, ya que en todos los casos el valor del F_{cal} es mayor que el F_{tabla} , por lo que las variables independientes tienen influencia en la variable dependiente, haciendo estadísticamente significativos los modelos obtenidos.

Al examinar la distribución de residuos de los modelos se observa que en general estos no están correlacionados, presentando una tendencia normal de distribución y varianza uniforme. En las Figuras 2, 3, 4, 5 y 6 se presentan los residuos de los modelos A, B C, D, y E respectivamente.

Finalmente, si se asume que el ECM y la DIFA coinciden con las propiedades estimadoras del volumen total, y considerando además que en las estimaciones agregadas la magnitud de los sesgos es un factor importante, los modelos preseleccionados presentarían un ajuste similar.

Al observar el conjunto de valores de cada uno de los estimadores utilizados, se puede considerar que los modelo B, C, D y E presentan valores y comportamientos similares. Sin embargo, el análisis de la relación entre los distintos valores de los indicadores del ajuste, permite concluir que el modelo C sería el más eficiente en la estimación de diámetros.

El modelo así seleccionado corresponde a:

$$Y^2 = -0,037*(H^2-h^2)*(h-1,3)/H^2 + 0,028*h + 0,886*(H-h)/(H-1,30) - 0,194*COS((H-h)/(H-1,30)) - 0,021*DAP*(h/H) + 0,009*H + 0,126*((H_m-h_m)/(H_m-130))^{10}$$

donde:

- Y = d/DAP.
- d = Diámetro en cm a la altura de medición h.
- DAP = Diámetro en cm a la altura del pecho.
- H = Altura total del árbol en metros.
- h = Altura en metros de la medición relativa sobre el fuste.
- COS = Coseno de la función.
- H_m = Altura total del árbol en milímetros.
- h_m = Altura de la medición relativa sobre el fuste en milímetros.

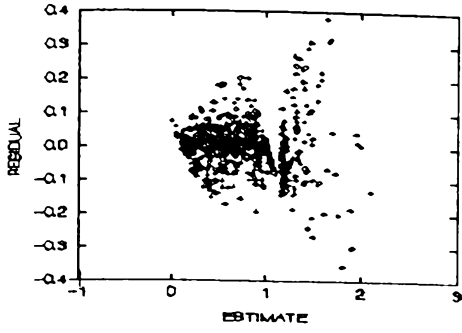


Figura 2. Residuos modelo A.

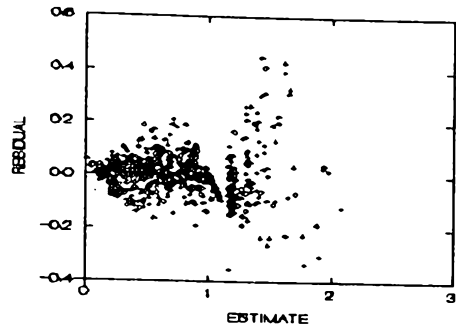


Figura 3. Residuos modelo B.

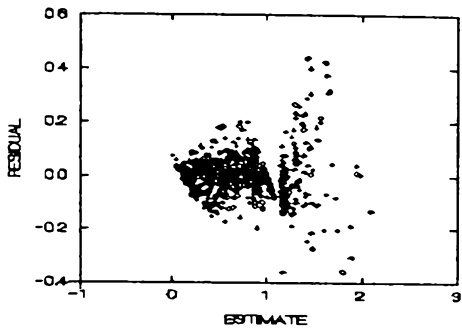


Figura 4. Residuos modelo C.

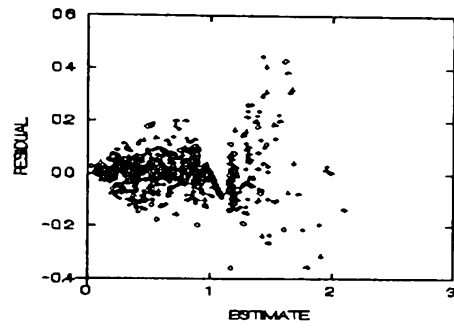


Figura 5. Residuos modelo D.

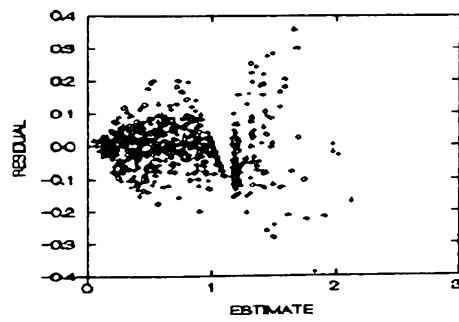


Figura 6. Residuos modelo E.

En el Gráfico N°1 aparecen los modelos que presentaron los mejores ajustes, mientras que en el Gráfico N°2 y Gráfico N°3 se muestra el modelo que ha sido seleccionado en forma preliminar.

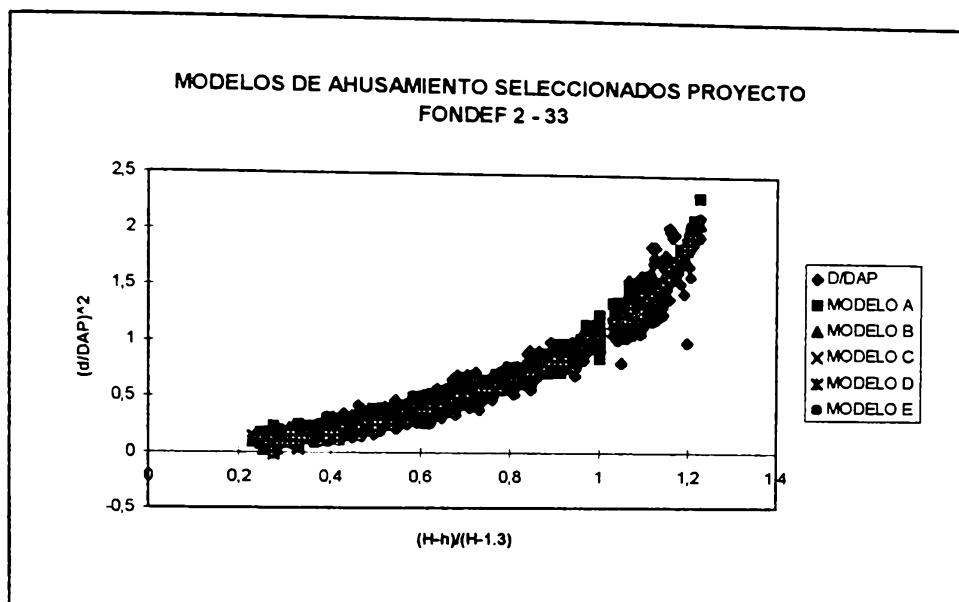


Gráfico N°1.

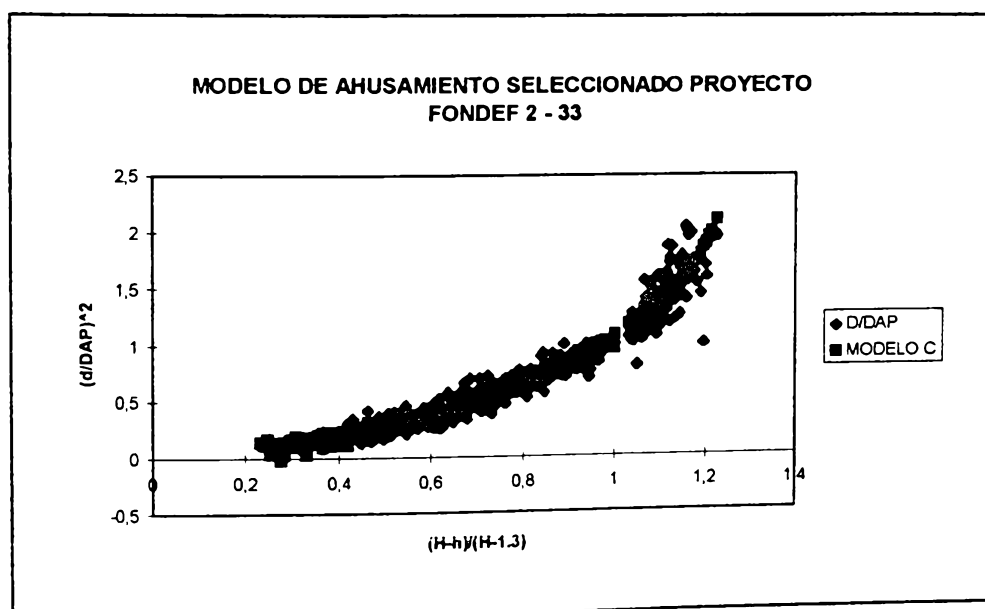


Gráfico N°2.

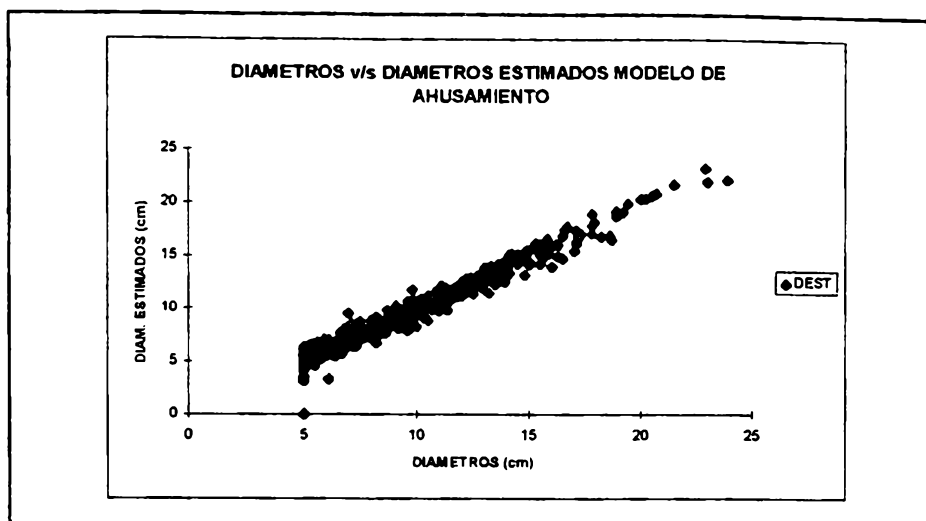


Gráfico N°3.

4.1.2 Análisis de la distribución de los errores.

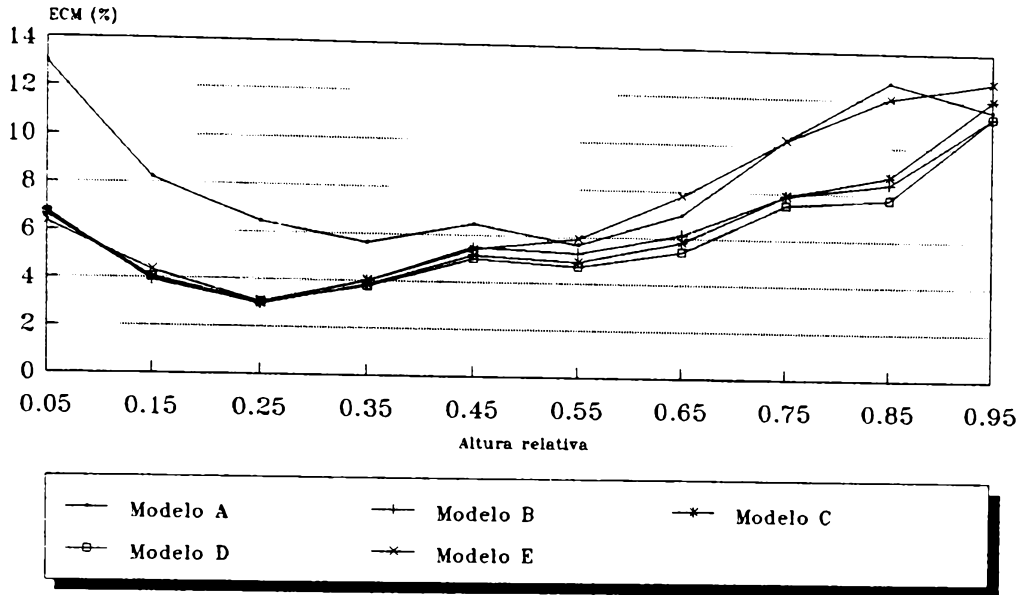
Una vez definidos los modelos generales a ajustar, se realizó, a modo complementario, un análisis de distribución de errores a lo largo del fuste utilizando los modelos generales y el modelo seleccionado. Esto se llevó a cabo con el objetivo de determinar si estas funciones, y la función escogida en particular, son utilizables a lo largo de todo el fuste, o bien si es necesario ajustar funciones segmentadas conectadas entre sí para perfeccionar el modelo. El resultado de este análisis se presenta en el Cuadro N°3.

Los modelos presentan sesgos aceptables a lo largo del fuste, siendo de un mayor valor en el modelo A. Al analizar estos valores se observa que no existen diferencias significativas entre el ECM y la DIFA, tal como se aprecia en los Gráficos N°4 y N°5, respectivamente.

El modelo C seleccionado registra, en general, sesgos menores al 8,7%, hasta un 90% de la altura a estimar. A partir de este punto se presenta una sobreestimación que llega al 12%, no siendo diferente del resto de los modelos. El modelo D presenta una DIFA menor que el modelo C, en ciertas secciones del fuste, pero su comportamiento en la base y la última sección es inferior. Similar situación se observó con el modelo D en relación con el ECM.

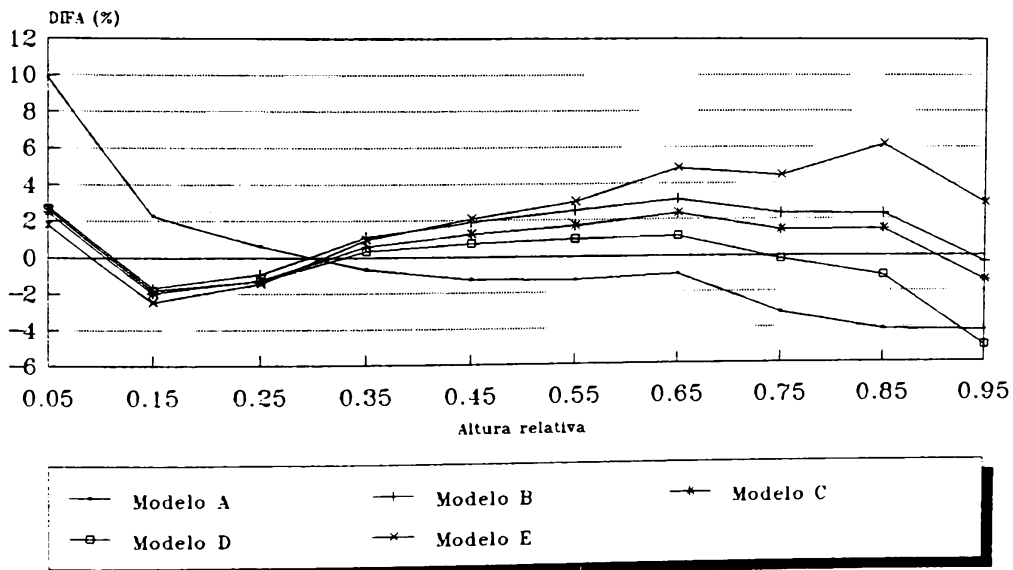
Estos resultados confirman que el modelo de ahusamiento seleccionado presenta el mejor comportamiento a nivel general de entre los restantes modelos.

Grafico No4. Errores cuadraticos medios de los modelos de ahusamiento preseleccionados



Proyecto FONDEF 2/33

Grafico No5. Diferencias agregadas de los modelos de ahusamiento preseleccionados



Proyecto FONDEF 2/33

**CUADRO N°3.
ERRORES DE ESTIMACION (%) EN 10 SECCIONES DEL FUSTE.**

Hr	MODELOS									
	A		B		C		D		E	
	ECM	DIFA	ECM	DIFA	ECM	DIFA	ECM	DIFA	ECM	DIFA
0,05	12,98	9,89	6,78	2,82	6,62	2,48	6,71	2,66	6,33	1,78
0,15	8,21	2,27	3,90	-1,67	3,96	-1,97	4,05	-1,83	4,34	-2,46
0,25	6,46	0,61	3,01	-0,93	2,98	-1,25	3,05	-1,30	3,06	-1,43
0,35	5,62	-0,68	4,01	1,07	3,84	0,56	3,77	0,30	3,99	0,94
0,45	6,49	-1,25	5,47	1,90	5,13	1,22	5,00	0,70	5,40	2,08
0,55	5,66	-1,31	5,28	2,50	4,92	1,66	4,71	0,92	5,92	3,01
0,65	6,99	-1,00	6,15	3,11	5,82	2,32	5,39	1,10	7,80	4,81
0,75	10,25	-3,16	7,89	2,32	7,89	1,40	7,49	-0,20	10,23	4,41
0, 5	12,75	-4,17	8,43	2,30	8,72	1,45	7,75	-1,11	12,06	6,13
0,95	11,59	-4,22	11,3	-0,38	12,05	-1,42	11,30	-5,06	12,79	2,87

donde:

- Hr : Altura relativa en porcentaje.
 ECM : Error cuadrático medio en porcentaje.
 DIFA : Diferencia agregada en porcentaje.

Si es necesario, es posible corregir el sesgo observado en el extremo superior del fuste, asumiendo que a partir del 90% de la altura (para la situación de este estudio), el fuste presenta una sección cónica, por lo que el modelo puede presentar la siguiente expresión:

$$Y^2 = f(x) * I_c + f(x_0) * (x/x_0)^2 * (1 - I_c)$$

donde:

- Y = d/DAP.
 x = Altura relativa de estimación (H-h).

d	=	Diámetro fustal en cm a la altura h.
DAP	=	Diámetro a la altura del pecho en cm.
H	=	Altura total del árbol en metros.
h	=	Altura relativa de medición en metros.
f(x)	=	Función de ahusamiento.
x ₀	=	Altura relativa donde comienza el extremo cónico, x=(H-0,9*H).
I _c	=	Función característica de la variable x que asume los siguientes valores:

$$I_c = 0 \quad \text{si } x \geq x_0$$

$$I_c = 1 \quad \text{si } x < x_0$$

La bibliografía reporta que con esta modificación se logra reducir la sobreestimación en la sección cónica del fuste, en aquellos casos en que esta supera el 30%. Esta situación, sin embargo, no se manifiesta en este estudio en donde el máximo ECM para la última sección se presentó en el modelo E, llegando al 12,97% , y siendo menor al 12% en las 4 restantes funciones.

La corrección lograda al aplicar este método a los datos del proyecto no provocó un significativo mejoramiento en el grado de ajuste del modelo seleccionado.

4.1.3 Ajuste según especie

A la información separada según especie (*E. globulus* y *E. nitens*) se aplicó el modelo de ahusamiento preliminar obtenido, (modelo C), lo cual no entregó resultados significativos. Ante esto, se intentó ajustar un modelo en forma separada para cada especie de eucalipto.

Este análisis originó un modelo preliminar distinto para cada especie, obteniéndose un mejor ajuste en el caso del *E. nitens*. En el caso del *E. delegatensis* no fue posible obtener un modelo de ahusamiento con validez significativa dado el escaso número de mediciones de esta especie con que se contó para este estudio.

Los modelos obtenidos con este análisis son:

i) E. nitens:

$$Y^2 = a*((H^2 - h^2)*(h - 1,3)/H^2) + b*(H - h)/(H - 1,30) + c*DAP*(h/H) + d*H + e*((H_m - h_m)/(H_m - 130))^{10}$$

ii) E. globulus:

$$Y^2 = a*((H^2 - h^2)*(h - 1,3)/H^2) + b*(H - h)/(H - 1,30) + c*H + d*DAP*(h/H) + e*\text{COS}((H-h)/(H-1,30)) + f*((H_m - h_m)/(H_m - 130))$$

donde:

Y	=	d/DAP.
d	=	Diámetro en cm a la altura de medición h.
DAP	=	Diámetro en cm a la altura del pecho.
H	=	Altura total del árbol en metros.
h	=	Altura de la medición relativa sobre el fuste en metros.
COS	=	Coseno de la función.
H _m	=	Altura total del árbol en milímetros.
h _m	=	Altura de la medición relativa sobre el fuste en mm.
a,b,c,d,e,f	=	Coefficientes de las funciones.

Los indicadores de la bondad de ajuste y la representación gráfica de los modelos se presentan en el Cuadro N°4 y Gráfico N°6, respectivamente. De igual manera, en los Gráficos N°7 y N°8 se presenta la relación entre los diámetros estimados por los modelos de ahusamiento y los reales para E. globulus y E. nitens, respectivamente, mientras que en las Figuras 7 y 8 se muestra la distribución de los residuos de ambos ajustes.

**CUADRO N°4.
INDICADORES DE AJUSTE DE LOS MODELOS SEGUN ESPECIE**

	ESPECIES	
	E. globulus	E. nitens
r^2	0,99	0,99
r	0,99	0,99
D-W	1,47	1,72
F _{cal}	8.645,9**	3.351,7**
E.S.	0,082	0,092

Nota : ** = Significativo al 95%.

donde:

- r^2 = Coeficiente de determinación.
- r = Coeficiente de correlación
- D-W = Estimador de Durbin-Watson.
- E.S. = Error estándar.
- F_{cal} = Valor F de la prueba de significancia.

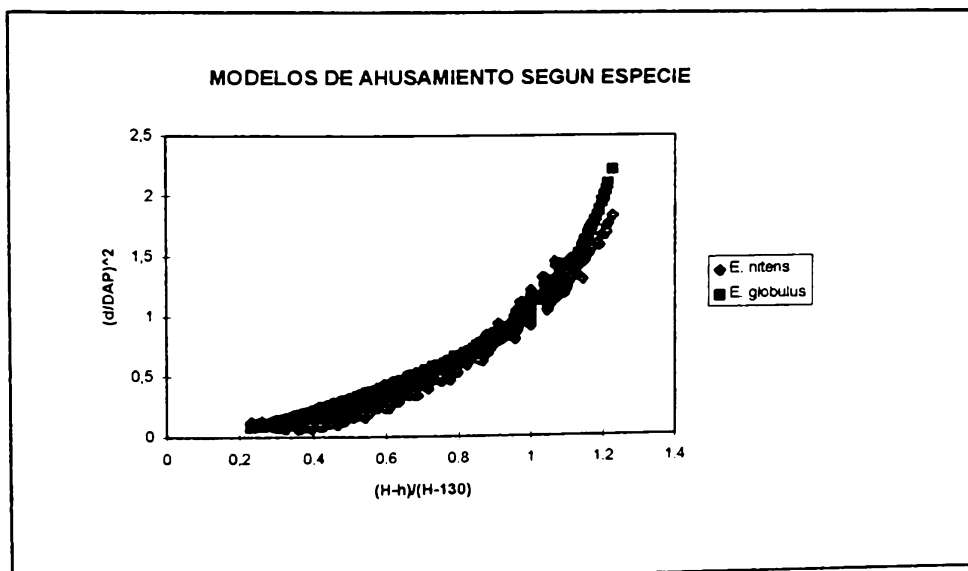


Gráfico N°6.

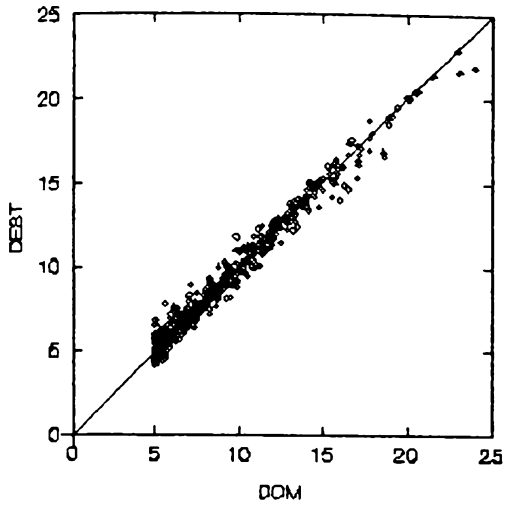


Gráfico N°7. Ajuste modelo para *E. globulus*

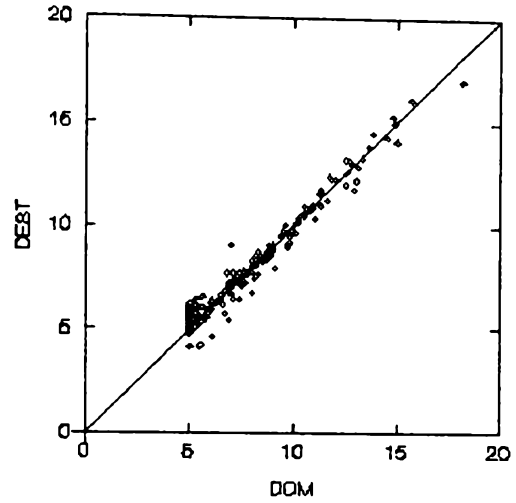


Gráfico N°8. Ajuste modelo para *E. nitens*

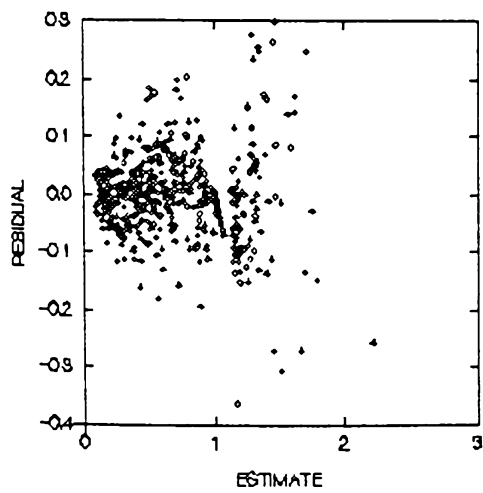


Figura 7. Residuos modelo para *E. globulus*

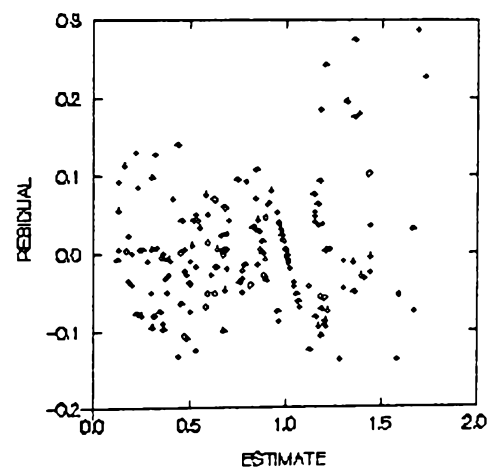


Figura 8. Residuos Modelo para *E. nitens*

Al observar el Gráfico N°6 se observan diferencias entre las distintas curvas. Un análisis estadístico preliminar entregó que existían diferencias entre las ecuaciones, por lo que los datos de las dos especies no podrían ser combinados en un sólo modelo.

Este análisis deberá ser repetido una vez que se cuente con la base de datos total para determinar si realmente existen diferencias entre las dos especies, o bien si es posible aplicar un sólo modelo a ambas especies. Sin embargo, es posible afirmar que el modelo polinomial general entrega mejores ajustes que los modelos separados según especie.

4.2 Modelo de ahusamiento para árbol individual.

En este método se considera a cada árbol como una forma distinta de fuste, por lo que el ajuste del modelo de ahusamiento a cada árbol genera coeficientes individuales para cada uno de ellos.

Su análisis se realizó en dos etapas. En la primera se utilizó el modelo polinómico general (modelo C), mientras que en la segunda, dado los resultados obtenidos, se ajustó un modelo polinomial para árbol individual.

4.2.1 Ajuste del modelo polinómico general.

En una primera etapa se ajustó en forma individual el modelo polinómico generado en la etapa anterior, a cada uno de los árboles de la muestra, con el objetivo de analizar su comportamiento en la forma de árbol individual y decidir si era posible su utilización en esta forma.

Los resultados obtenidos con este proceso, a nivel de los parámetros estadísticos y de las variables independientes, no fueron significativos.

En la mayoría de los ajustes las variables que "ingresaron" a los modelos eran diferentes de un árbol a otro. Al forzar el ajuste en cada árbol a la misma secuencia de variables predictoras del modelo polinomial general, se obtuvieron los valores de cada uno de los coeficientes. Posteriormente, estos coeficientes se analizaron a través de su relación con las variables propias de cada árbol (DAP, altura, altura copa, edad, etc), sin obtener con este procedimiento correlaciones significativas.

4.2.2 Ajuste del modelo de ahusamiento para árboles individuales o modelo parametrizado.

En este análisis se ajustó un único modelo de ahusamiento a cada árbol, generando un archivo de coeficientes de regresión y variables descriptoras del árbol.

Posteriormente, se ajustó una función que permite estimar los coeficientes de la función de ahusamiento para cualquier árbol en base a las variables descriptivas del mismo individuo (DAP, altura, edad, etc).

El primer paso de este análisis es determinar cuál es el coeficiente que tiene la mayor correlación con las variables del árbol. Posteriormente, se determina aquél de los restantes estimadores que mejor se relaciona con las mismas variables del árbol y el coeficiente identificado anteriormente. El proceso se repite agregando en cada oportunidad tantos coeficientes como tenga el modelo.

Con las relaciones entre los coeficientes y los parámetros del árbol se obtuvieron las funciones estimadoras de cada coeficiente del modelo, quedando el modelo de árbol individual formado por tantas funciones estimadoras como coeficientes posea.

En la muestra del proyecto FONDEF 2/33 se probaron una serie de modelos sugeridos por la literatura, siendo superiores aquellos modelos polinomiales sin término constante y que tienen como variable dependiente la expresión:

$$d/DAP$$

donde:

d = Diámetro en cm a la altura de medición h.
DAP = Diámetro en cm a la altura del pecho.

Al mismo tiempo, el término independiente que entregó una mayor consistencia a lo largo del fuste, y en especial en la primera sección de él, correspondió a:

$$(H - h)/(H - 1,3)$$

donde:

- H = Altura total del árbol en metros.
h = Altura en metros de la medición relativa sobre el fuste.

Con los resultados de los modelos probados y considerando que la simplicidad en su uso como elemento de estimador es importante para los procesos de cubicación en un inventario forestal, se seleccionó en esta primera etapa el modelo con la siguiente expresión:

$$[d/DAP]=A*(X)+B*(X)^2+C*(X)^{10}+D*(X)^{34}$$

La expresión matemática una vez ajustado el modelo correspondió a:

$$[d/DAP]=1,21687*X-0,27065*X^2+0,06065*X^{10}-0,000176*X^{34}$$

donde:

- X = $(H-h)/(H-1,3)$
d = Diámetro en cm a la altura de medición h.
DAP = Diámetro a la altura del pecho en cm.
H = Altura total del árbol en metros.
h = Altura en metros de la medición relativa sobre el fuste.

En el Gráfico N°9 se presenta la relación entre el diámetro real de los árboles y los diámetros obtenidos con el modelo parametrizado para árboles individuales, mientras que en el Gráfico N°10 se presenta la relación entre el modelo polinómico general obtenido (modelo C) y el modelo parametrizado. En este gráfico se aprecia que no existen diferencias significativas entre las estimaciones de ambos modelos, existiendo sólo una sobreestimación a nivel de la sección basal generada por el modelo parametrizado.

Este modelo se ajustó al total de los árboles de la muestra, obteniendo un archivo donde se registró el árbol, sus coeficientes A, B, C y D y sus variables descriptoras. Posteriormente, mediante el análisis de regresión se obtuvieron las funciones para estimar los coeficientes de ahusamiento. En este proceso se utilizaron las variables que caracterizan la forma del árbol y sus posibles transformaciones y/o combinaciones.

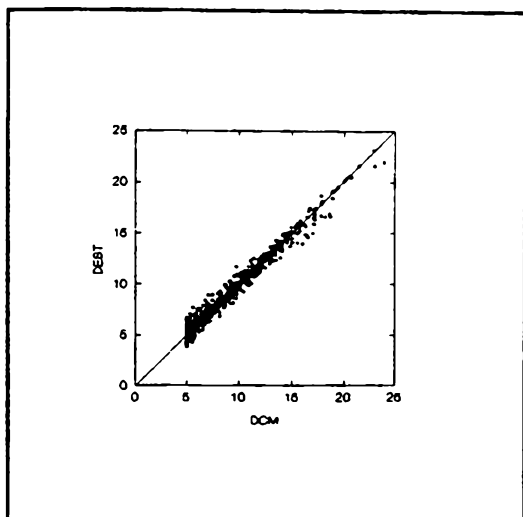


Gráfico N°9. Diámetro real y según modelo parametrizado

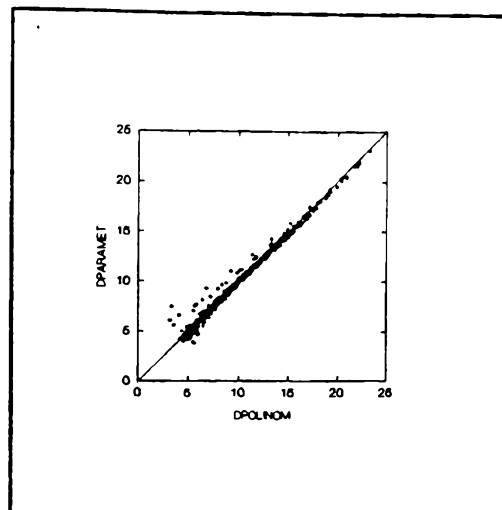


Gráfico N°10. Diámetros modelos polinómico y parametrizado

Las ecuaciones estimadoras de los coeficientes obtenidos luego del ajuste realizado se presentan a continuación:

$$A = 0,003*(H)^2 - 0,278*(LN DAP) + 0,329*(LN EDAD) + 0,582*(HCC/H) + 5,901*(1/H)$$

$$B = 1,194 - 1,178*A$$

$$C = 0,871 - 0,867*A - 0,888*B - 0,000085*H^2$$

$$D = -0,001976*H - 0,006875*B + 0,052944*(1/H) - 0,092314*C + 0,000158*H^2$$

donde:

DAP = Diámetro a la altura del pecho en cm.

H = Altura total del árbol en metros.

LN = Logaritmo natural.

EDAD = Edad en años.

HCC = Altura comienzo de copa en metros.

Los estimadores de estas funciones se presentan en el Cuadro N°5.

**CUADRO N°5.
ESTIMADORES DE LAS REGRESIONES.**

COEFICIENTES	COEFICIENTE CORRELACION	ERROR DE ESTIMACION	COEFICIENTE DE DURBIN-WATSON
A	0,97	0,276	1,955
B	0,99	0,053	1,983
C	0,97	0,0185	2,256
D	0,88	0,0040	1,644

Con estos resultados es posible construir el modelo de ahusamiento para árboles individuales, el que presenta la siguiente estructura:

$$[d/DAP] = A(H, DAP, EDAD, HCC)*X + B(k, A)*X^2 + C(k, A, B, H)*X^{10} + D(H, B, C)*X^{34}$$

donde:

Z[V ₁ ,..., V _n]	=	Coficiente Z en función de las variables descriptoras V ₁ a V _n .
X	=	(H-h)/(H-1,3)
DAP	=	Diámetro a la altura del pecho en cm.
H	=	Altura total del árbol en metros.
LN	=	Logaritmo natural.
EDAD	=	Edad en años.
HCC	=	Altura comienzo de copa en metros.
k	=	Constante de la función.
A, B, C, D	=	Coficientes.

Al analizar el comportamiento del modelo parametrizado en relación con el modelo polinómico se puede afirmar que para este estudio el modelo de tipo polinomial presenta un mejor ajuste en relación con los datos originales.

4.3 Comparación del modelo de ahusamiento seleccionado con funciones de volumen y de razón.

Como se mencionó, en este estudio el modelo de ahusamiento de tipo polinomial entregó una mejor estimación de los diámetros.

Por ello, se decidió utilizar el modelo polinomial para observar la relación entre los volúmenes de una función de volumen y de razón de volumen generadas independientemente con los datos originales y los volúmenes que resultan de usar los diámetros estimados.

4.3.1 Función de volumen

Se utilizaron los diámetros estimados por el modelo polinomial para observar la relación entre los volúmenes que entrega una función de volumen generada independientemente con los datos originales, y los volúmenes calculados a partir de los diámetros estimados.

La función de volumen desarrollada por el proyecto FONDEF 2/33 (Bahamóndez, 1996) corresponde a:

$$V = -0,0013933776 + 0,000027376 * DAP^2 * H$$

donde:

V = Volumen (m³ssc) del árbol.
DAP = Diámetro a la altura del pecho en cm.
H = Altura total del árbol en metros.

Como antecedente, en una etapa previa del análisis se obtuvo para su posterior utilización una relación del espesor de corteza según el DAP .

La expresión de esta relación obtenida es:

$$C = 0,445 * (DAP)^{0,834} ; (r = 0,91)$$

donde:

C = Espesor de corteza en milímetros.
DAP = Diámetro a la altura del pecho en cm.

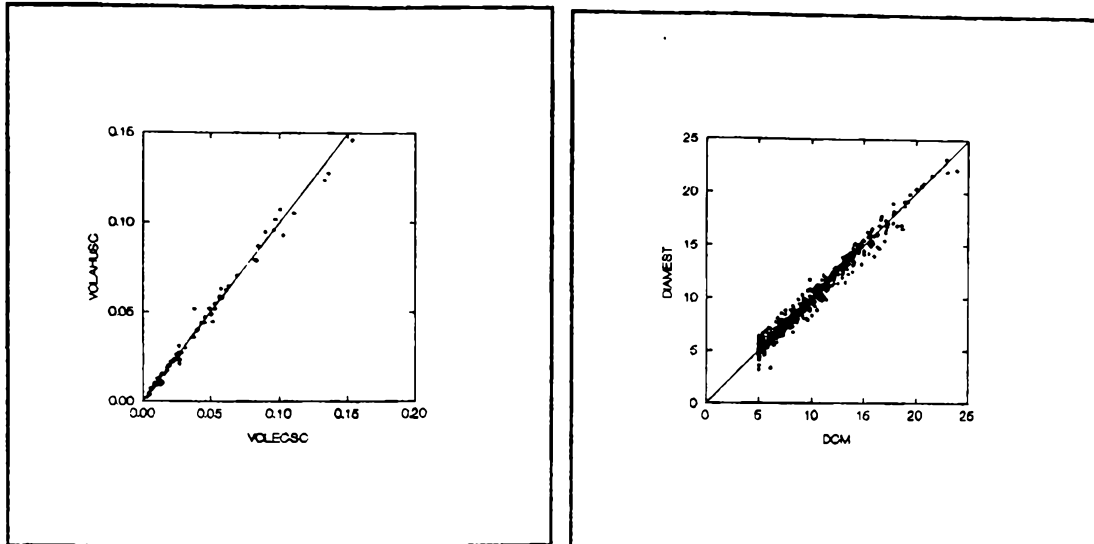


Gráfico N°11. Volúmenes según ecuación de volumen y modelo de ahusamiento **Gráfico N°12. Diámetros reales v/s diámetros modelo ahusamiento**

Al comparar los volúmenes se observó que no existe una diferencia significativa entre los valores, con un comportamiento similar a la relación existente entre los diámetros reales y los estimados. Estos resultados se pueden observar en los Gráficos N°11 y N°12.

4.3.2 Función de razón

De igual forma, se compararon los volúmenes entregados por el modelo de ahusamiento con los resultados dados por una función de volumen de razón desarrollada con la información volumétrica del proyecto (Bahamóndez, 1996). Esta función de razón permite obtener los volúmenes de acuerdo con un diámetro límite de utilización, la cual se definió con la siguiente expresión:

$$R = 1,028 - 1,089 * (DL^{2,914}) / (DAP^{2,737})$$

donde:

- R = Razón de volumen (m³ssc) hasta un diámetro límite.
- DL = Diámetro límite de utilización en cm.
- DAP = Diámetro a la altura del pecho en cm.

Para realizar la comparación de los volúmenes se utilizaron 2 árboles extraídos al azar de aquellos con un DAP superior a 10 cm, los que en este caso correspondieron a 16,5 y 18,9 cm.

En el Gráfico N°13 es posible apreciar la relación entre los volúmenes de la función de razón y del modelo de ahusamiento para los dos árboles seleccionados, observándose el grado de ajuste entre ellos.

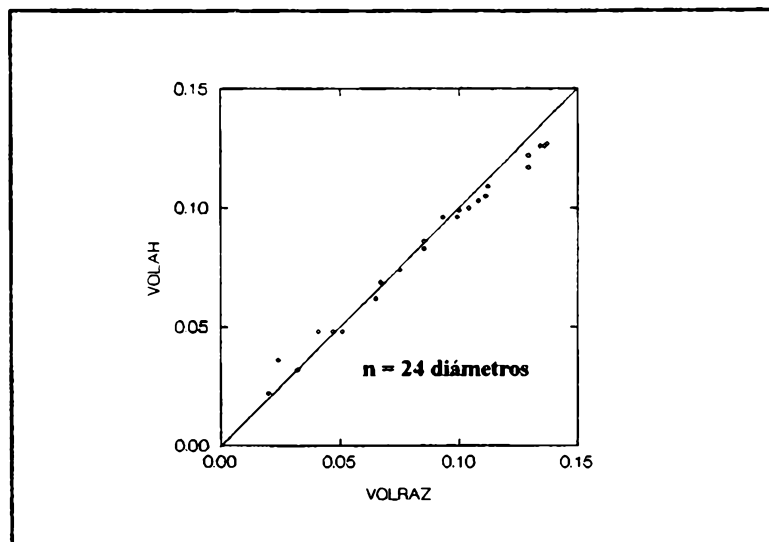
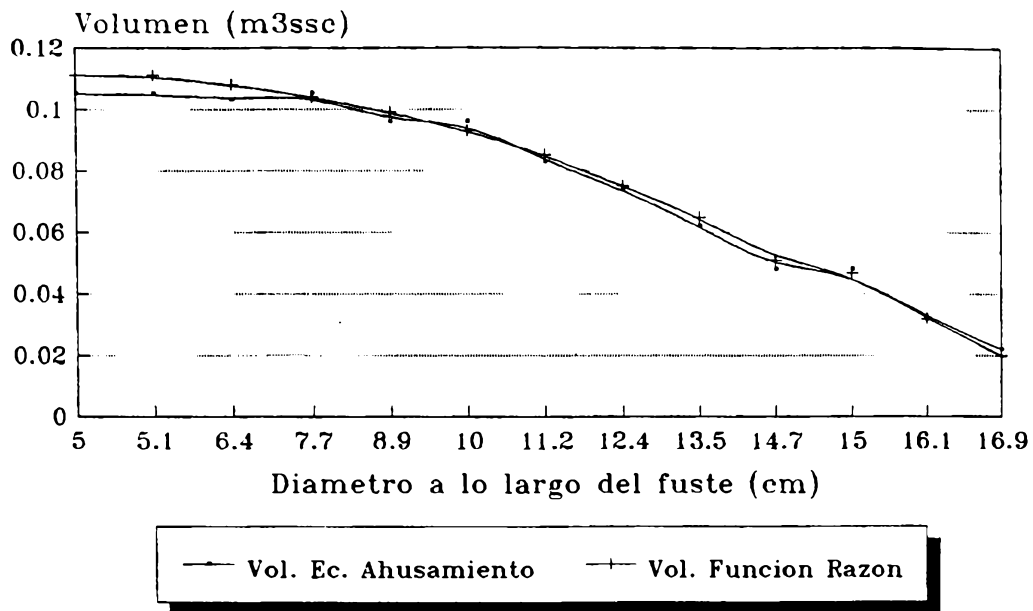


Gráfico N°13. Relación función volumen de razón y modelo de ahusamiento

Como resultado de utilizar el modelo de ahusamiento para estimar los diámetros, y con ello los volúmenes hasta un diámetro límite, fue posible apreciar que en ambos casos se presentó la misma relación, observándose una ligera subestimación del modelo de ahusamiento en el caso de los diámetros menores, y una leve sobreestimación de ésta en los diámetros mayores (Gráficos N°14 y N°15).

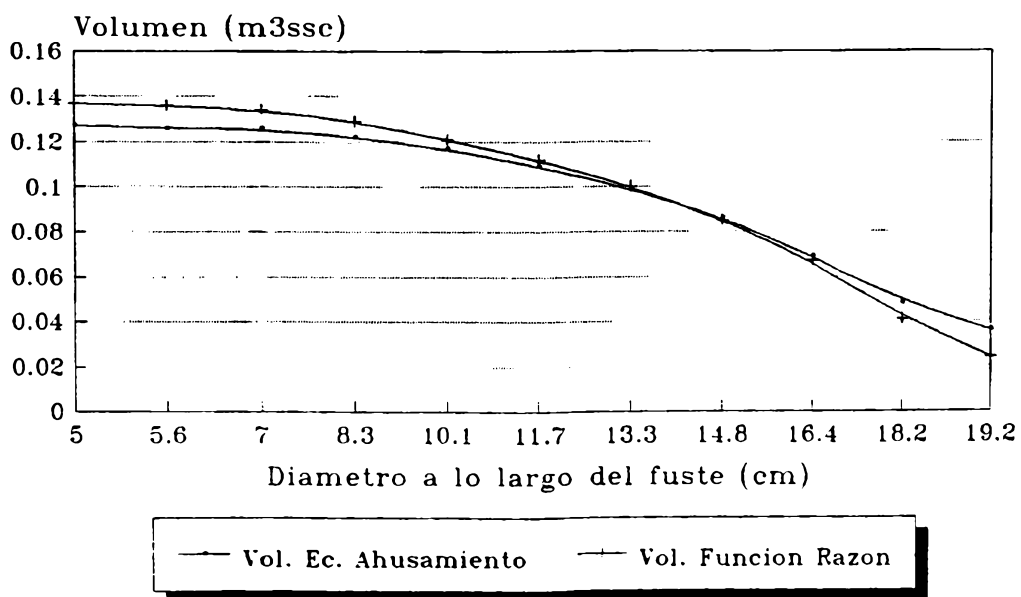
Al examinar estos resultados se comprueba que existe un grado de ajuste entre la función de razón y el modelo de ahusamiento, presentando una alta correlación en un rango de la distribución diamétrica.

GRAFICO No14.
RELACION VOLUMEN AHUSAMIENTO
VOLUMEN FUNCION DE RAZON



ARBOL DAP = 16,5 cm.

GRAFICO No 15.
RELACION VOLUMEN AHUSAMIENTO/
VOLUMEN FUNCION DE RAZON



ARBOL DAP = 18,9 cm.

5 Discusión y conclusiones

Aún cuando los datos utilizados en la construcción del modelo de ahusamiento provienen de rodales jóvenes de eucalipto, es importante contar con una herramienta que permita estimar con cierta precisión los diferentes diámetros a lo largo del fuste del árbol.

Los resultados obtenidos indican que el modelo sería confiable para su uso como función de ahusamiento preliminar, requiriéndose de un mayor número de datos para lograr un mejoramiento del modelo y de su ajuste.

Si se considera que las actuales edades de rotación de las plantaciones de eucalipto destinadas a la producción de pulpa están entre los 10 a 12 años, y que, producto del mejoramiento genético a que están siendo sometidas estas especies este rango disminuirá a edades de entre 8 y 10 años, el modelo de ahusamiento basado en estos datos sería altamente confiable.

El modelo de ahusamiento que entregó una mejor correlación con los datos originales correspondió a uno del tipo polinomial, cuya formulación es:

$$Y^2 = -0,037*(H^2-h^2)*(h-1,3)/H^2 + 0,028*h + 0,886*(H-h)/(H-1,30) \\ -0,194*COS((H-h)/(H-1,30)) - 0,021*DAP*(h/H) + 0,009*H \\ + 0,126*((H_m-h_m)/(H_m-130))^{10}$$

donde:

- Y = d/DAP.
- d = Diámetro en cm a la altura de medición h.
- DAP = Diámetro en cm a la altura del pecho.
- H = Altura total del árbol en metros.
- h = Altura en metros de la medición relativa sobre el fuste.
- H_m = Altura total del árbol en milímetros.
- h_m = Altura de la medición relativa sobre el fuste en milímetros.

Dada una medición de la altura relativa (h), y conociendo la altura total (H) y el DAP del árbol, es posible estimar el diámetro (d) a la altura relativa requerida a través de la expresión:

$$d = \sqrt{Y} * DAP$$

La construcción de un modelo de árbol individual no implicó la obtención de resultados superiores al modelo polinomial, por lo que en esta etapa del estudio sería más aceptable y razonable utilizar el modelo antes descrito para la estimación de diámetros.

Este resultado difiere de otros estudios del mismo tipo, en los cuales generalmente el modelo de tipo parametrizado presentaba un mejor ajuste, debiéndose posiblemente al tipo de información utilizada en su construcción. Este factor deberá ser revisado al aumentar la cantidad de datos del proyecto.

La certidumbre de las proyecciones puede basarse en la capacidad que presenta la información de ajustarse adecuadamente a varios modelos seleccionados, de los cuales se eligió uno por la comparación y relación entre los valores de los indicadores del ajuste.

Los modelos obtenidos para **E. globulus** y **E. nitens** correspondieron a:

i) E. nitens:

$$Y^2 = a * ((H^2 - h^2) * (h - 1,3) / H^2) + b * (H - h) / (H - 1,30) + c * H + d * DAP * (h/H) + e * ((H_m - h_m) / (H_m - 130))^{10}$$

ii) E. globulus:

$$Y^2 = a * ((H^2 - h^2) * (h - 1,3) / H^2) + b * (H - h) / (H - 1,30) + c * H + d * DAP * (h/H) + e * \cos((H-h)/(H-1,30)) + f * ((H_m - h_m) / (H_m - 130))$$

Si bien se obtuvo un mejor ajuste en el caso del *E. nitens*, los resultados del estudio según especies parecen indicar que sería aconsejable utilizar el modelo de ahusamiento de tipo polinomial general para todas las especies de eucalipto.

El modelo de ahusamiento seleccionado presentó una alta correlación con la función de volumen desarrollada para el proyecto, lo que confirma la validez de la selección realizada.

De igual forma, el comportamiento del modelo de ahusamiento en relación con la función de razón de volumen, presentó una correlación que permite su uso en forma confiable.

El poder construir un modelo de ahusamiento de mayor precisión dependerá de aumentar la base muestral, tanto en edades como en especies, en una cantidad suficiente y con la metodología adecuada para este objetivo.

Referencias

Bahamóndez, C. 1996. Determinación de funciones de volumen y razón de volumen para eucalipto. INFOR-FONDEF. Documento proyecto Conicyt-Fondef 2/33. 25 p.

Bruce, D., Curms, B. and Vancaevering, H. 1968. Development of a sistem of taper and volume tables for red alder. For. Sci. 14(3) : 339-350.

Cao, Burchart and Max. 1980. Evaluation ot two methods for cubic-volume. Prediction of loblolly pine to any merchantable limit. For. Sci. 26(1) : 71-80.

Coffré, M. 1983. Modelos Fustales. Tesis, Universidad Austral de Chile. Fac. Cs. Forestales. 50 p.

Cox, F. 1985. Validación de un Modelo Fustal para Pino Insigne. En: Pinus Radiata Investigación en Chile. Universidad Austral. Fac. Cs. Forestales. Tomo II p: 119-133.

Demaerschalk, J. and Kozak, A. 1977. The whole-bole system. A conditional dual-equation system for precise prediction of tree profiles. Can. J. For. Res. 7 : 488-497.

Draper, N. and Smith, H. 1967. Applied regression analysis. John Wiley and Sons Inc., New York. 407 p.

FAO. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento. Vol. 22/1 y 22/2. Roma. 80 p..

Hughell, D. 1990. Modelos para la predicción del crecimiento y rendimiento de *Eucalyptus camaldulensis* en América Central. CATIE, 1990. Boletín Técnico N°22.

Husch, B., Miller, C., and Beers, T. 1982. Forest mensuration. Third edition. The Ronald Press Company. New York. 402 p.

INFOR. 1991. Eucalyptus, Principios de Silvicultura y Manejo. CORFO-INFOR. Santiago. 197 p.

Kahler, C. 1995. Determinación de una función de ahusamiento para renovales de roble y raulí. Rev. Ciencia e Investigación Forestal. 7(1) : 117-130. CORFO-INFOR.

Kerruish, C. and Rawlins, W. 1991. The young eucalypt report. CSIRO, Australia, 272 p.

Max and Burchart. 1976. Segmeted polynomial regresion applied to taper equations. For. Sci. 22(3) : 283-289.

Ostle, B. 1977. Estadística aplicada. México. Ed. Limusa-Willey. 628 p.

Pera, R. 1982. Modelo de ahusamiento del fuste de árboles de pino insigne. Tesis de grado. Esc. de Cs. Forestales. Universidad de Chile. Santiago. 50 p.

JCP/jcp-11

Concepción, junio 27 de 1996.

**Señor
Alfredo López V.
Presente**

Estimado Alfredo:

Espero que al presente, tanto tu como tu familia estén lo mejor posible.

De acuerdo con tu solicitud, aquí te envío la versión N°156.248 del documento sobre ahusamiento, el cual espero ahora si que sí sea el O.K.

Sin otro particular, te saluda cordialmente,



**Juan Carlos Pinilla S.
INFOR-Concepción**

