



0006341

MANUAL DE CALCULO DE CONSTRUCCIONES EN MADERA APLICACIONES

INSTITUTO FORESTAL
CORPORACION DE FOMENTO
DE LA PRODUCCION



VOLUMEN 2

BIBLIOTECA
INSTITUTO FORESTAL

INFOR

INSTITUTO FORESTAL
División Industrias

CORPORACION DE FOMENTO DE LA PRODUCCION
Gerencia de Desarrollo

BIBLIOTECA
INSTITUTO FORESTAL

MANUAL Nº 13
2ª EDICION

VOL. 2

**MANUAL DE CALCULO
DE CONSTRUCCIONES EN MADERA
APLICACIONES**

Autor: **VICENTE A. PEREZ GALAZ**
Ingeniero Civil
Jefe División Industrias

Colaboradores: Ingenieros Civiles Sres.

ALBERTO CAMPOS BARKER
VICTOR CARVALLO ACEITUNO
LEONARDO FRIGERIO MOREAU
FERNANDO MORALES VENEGAS
ALEJANDRO PASTENE SARMIENTO

AF 90/02
SANTIAGO - CHILE
Junio, 1990



PROPIEDAD INTELECTUAL : INSCRIPCION N° 76.311

"Se autoriza la reproducción de la información que se entrega en este documento, siempre y cuando se cite como fuente a CORFO-INFOR".



INFOR

PROLOGO

BIBLIOTECA
INSTITUTO FONDECAR

El presente estudio fue realizado por el Instituto Forestal, a través de su División Industrias, con el patrocinio de la Gerencia de Desarrollo de la Corporación de Fomento de la Producción.

Este documento incluye aplicaciones prácticas de diseño estructural en base a la norma chilena NCh 1198 y se ha estructurado en dos Anexos.

El Anexo A presenta los ejemplos de aplicación y en el Anexo B se entregan complementos para el cálculo y diseño en madera, entre los cuales se contemplan extractos de Normas para el diseño, Fórmulas y Diagramas de Esfuerzos Internos, Propiedades Geométricas de Secciones, Tabla de Conversión de Unidades y Nombres Botánicos de algunas especies madereras crecidas en el país.

Finalmente se entrega la Bibliografía consultada tanto en la redacción de la parte teórica como de los ejemplos de aplicación.

Participaron en la realización de este estudio el Jefe de la División Industrias del INFOR, Ingeniero Civil Sr. Vicente A. Pérez Galaz y los Ingenieros Civiles Sres. Alberto Campos Barker, Víctor Carvillo Aceituno, Leonardo Frigerio Moreau, Fernando Morales Venegas, Alejandro Pastene Sarmiento y el Dibujante Técnico Sr. Rodolfo Pérez Pulgar. La labor de secretaría fue realizada por la Srta. Margarita Martínez Salas.



PREFACIO

La investigación sobre propiedades y usos de la madera es un tema que el Instituto Forestal ha venido abordando, permanentemente, como una línea de investigación de alto interés. Ello, en gran medida, por las potencialidades que ofrecen nuestros recursos forestales y, también, por los requerimientos de materiales constructivos que existen en el país.

Producto de esta actividad, recientemente el Instituto Forestal publicó el MANUAL DE CALCULO DE CONSTRUCCIONES EN MADERA, en una edición revisada que contiene las nuevas especificaciones de la norma chilena NCh 1198 Madera. Construcciones en Madera. Cálculo, (Revisión 1990).

En la presente oportunidad se entrega un complemento al manual recién indicado, en el que se incluye ejemplos resueltos que abarcan toda la materia tratada por la norma nacional de cálculo en madera, incrementándose así el valor didáctico de la exposición sobre los métodos de diseño ya entregadas anteriormente. Además, el lector podrá encontrar tablas, fórmulas, extractos de normas nacionales y otros antecedentes que le ayudarán a desarrollar un diseño estructural en toda su amplitud.

Con esta nueva publicación, el Instituto Forestal ha pretendido entregar un instrumento valioso para lograr el mejor aprovechamiento de los recursos madereros nacionales, particularmente orientado hacia todos los sectores relacionados con el área de la construcción.



GUILLERMO JULIO ALVEAR
DIRECTOR EJECUTIVO



INTRODUCCION

En el desarrollo del Anexo A se han elegido ejemplos de aplicación extraídos de la práctica y de textos extranjeros sobre diseño en madera.

Para el mejor aprovechamiento de este texto, el lector debe utilizar como guía el MANUAL DE CALCULO DE CONSTRUCCIONES EN MADERA y consultar en él la teoría relacionada con el problema que está revisando.

Todas las citas de tablas y figuras que aparecen en el desarrollo de las aplicaciones deben ser ubicadas en el MANUAL.

Los ejemplos de diseño se han distribuido siguiendo el ordenamiento de las materias incluidas en el MANUAL DE CONSTRUCCIONES EN MADERA de tal modo que al realizar una lectura progresiva del texto se tenga la base proporcionada por la teoría ya revisada y su correspondiente aplicación.

La Terminología y Simbología usada en el enunciado y desarrollo de los distintos problemas de aplicación, se incluye en el Capítulo Primero del MANUAL.

En las aplicaciones se han usado distintos sistemas de medidas o unidades de medición con el propósito de familiarizar al lector en la conversión de unidades, problema que comúnmente se da en la práctica. Para lo anterior se entrega, en el Anexo B, tablas que le ayudarán a resolver tal conversión.

INDICE

	Página
INTRODUCCION	1
ANEXO A : EJEMPLOS DE DISEÑO	3
ANEXO B : COMPLEMENTOS PARA EL CALCULO Y DISEÑO	231
B.1. Normas para el Diseño	235
B.1.1. Cargas Debido a la Acción del Viento	235
B.1.1.1. Condiciones Generales	235
B.1.1.2. Presión Básica del Viento	235
B.1.1.3. Superficie de Cálculo	238
B.1.1.4. Acción Simultánea del Viento y Otras Cargas	240
B.1.1.5. Factor de Forma	240
B.1.1.6. Presión del Viento	247
B.1.1.7. Comprobaciones	247
B.1.2. Cargas Debido a la Acción de la Nieve	247
B.1.2.1. Condiciones Generales	247
B.1.2.2. Sobrecarga Básica de Nieve	248
B.1.2.3. Sobrecarga de Nieve Uniformemente Repartida	248
B.1.2.4. Sobrecarga de Nieve Desuniforme mente Repartida	250
B.1.2.5. Sobrecarga Básica de Nieve para Zonas sin Antecedentes	250
B.1.3. Cargas Sísmicas	251
B.1.3.1. Disposiciones de Aplicación Gene ral	251
B.1.3.2. Clasificación de los Edificios...	251
B.1.3.3. Método Estático de Análisis	252
B.1.3.4. Distribución Vertical de las Fuer zas Sísmicas	254



B.1.3.5. Distribución en Planta del Esfuerzo de Corte	256
B.1.3.6. Estructuración	257
B.1.3.7. Tensiones Admisibles	259
B.1.4. Cargas Permanentes y Sobrecargas de Uso ...	259
B.1.4.1. Cargas Permanentes	259
B.1.4.2. Sobrecargas de Uso	259
B.1.4.3. Reducción de Sobrecargas de Uso..	261
B.2. Fórmulas y Diagramas de Esfuerzos Internos	273
B.2.1. Fórmulas y Diagramas en Vigas	275
B.2.2. Fórmulas y Diagramas de Marcos	298
B.2.3. Fórmulas y Diagramas de Arcos Triarticulados	316
B.3. Propiedades Geométricas de Secciones	319
B.4. Datos Auxiliares para Arriostramientos	327
B.5. Tabla de Conversión de Unidades	333
B.6. Nombre Botánico de Algunas Especies Madereras	347
BIBLIOGRAFIA	351

A N E X O A

EJEMPLOS DE DISEÑO



INFOR

BIBLIOTECA
INSTITUTO FORESTAL

PROBLEMA 1

Para un trozo de madera de Olivillo se conoce la densidad anhidra cuyo valor es 545 Kg/m³. Determinar la densidad de referencia para un contenido de humedad:

- a) H = 18 %
b) H = 35 %

Desarrollo

- a) $\rho_o = 0,545 \text{ gr/cm}^3$
 $K = k_R + k_T = 0,15 + 0,30 = 0,45$
 $H = 18 \%$

De Tabla N° 10 para $H \leq \text{PSF}$, se tiene :

$$\rho_H = \rho_o \left(\frac{100 + H}{100 + KH} \right)$$

$$\rho_{H18} = 0,545 \left(\frac{100 + 18}{100 + 0,45 \times 18} \right) \longrightarrow \rho_{H18} = 0,595 \text{ gr/cm}^3$$

- b) H = 35 %

Utilizando la Tabla N° 10 para $H \leq \text{PSF}$, se determina la densidad del punto de saturación de la fibra (ρ_{PSF}), por lo tanto :

$$\rho_{\text{PSF}} = \rho_o \left(\frac{128}{100 + 28 K} \right)$$

$$\rho_{\text{PSF}} = 0,545 \left(\frac{128}{100 + 28 \times 0,45} \right) \longrightarrow \rho_{\text{PSF}} = 0,620 \text{ gr/cm}^3$$

luego, utilizando la Tabla N° 11 se determina la densidad para $H = 35\%$ en función de ρ_{PSF} :

$$\rho_{H_1} = \rho_{\text{PSF}} \left(\frac{100 + H_1}{128} \right)$$

$$\rho_{H35} = 0,620 \left(\frac{100 + 35}{128} \right) \longrightarrow \rho_{H35} = 0,654 \text{ gr/cm}^3$$



PROBLEMA 2

Se sabe que para el Pino radiata la densidad básica es de 429 Kg/m³. Determinar la densidad de referencia para un contenido de humedad :

- a) H = 40 %
- b) H = 15 %

Desarrollo

- a) Utilizando la Tabla N° 11 para H ≥ PSF.

Si H = 40 %

$$\rho_H = \rho_b \left(\frac{100 + H_1}{100} \right)$$

$$\rho_{H_{40}} = 0,429 \left(\frac{100 + 40}{100} \right)$$

$$\rho_{H_{40}} = 0,601 \text{ gr/cm}^3$$

- b) H = 15 %

$$K = 0,29 + 0,20 = 0,49$$

De Tabla N° 11 :

$$\rho_{PSF} = \rho_b \times 1,28$$

$$\rho_{PSF} = 0,429 \times 1,28 = 0,549$$

$$\rho_{PSF} = 0,549 \text{ gr/cm}^3$$

De Tabla N° 10, se tiene :

$$\rho_{H_1} = \rho_{PSF} \left(\frac{100 + H_1}{128} \right) \left(\frac{100 + 28 K}{100 + K H_1} \right)$$

$$\rho_{H_{15}} = 0,549 \left(\frac{100 + 15}{128} \right) \left(\frac{100 + 28 \times 0,49}{100 + 15 \times 0,49} \right)$$

$$\rho_{H_{15}} = 0,522 \text{ gr/cm}^3$$



PROBLEMA 3

Determinar las dimensiones de una pieza floreada de Ulmo aserrado a un contenido de humedad de $H = 10\%$, si sus dimensiones nominales son 45×100 mm.

Desarrollo

$$e = 45 \text{ mm}$$

$$h = 100 \text{ mm}$$

$$H = 10\%$$

NOTA: Debe entenderse que las dimensiones nominales están referidas para un $H = 20\%$.

Los coeficientes de contracción lineal para el Ulmo se obtienen de la Tabla N° 12.

$$k_T = 0,35$$

$$k_R = 0,22$$

En una pieza floreada, el canto es radial y la cara es tangencial.

Utilizando la fórmula para la variación de las dimensiones de la madera debido a la contracción, se tiene:

$$\text{Dimensión}_H = \text{Dimensión}_{20} \left(1 - \frac{k \times \Delta H}{100} \right)$$

por lo tanto :

$$e = 45 \times \left(1 - \frac{0,22 (20 - 10)}{100} \right)$$

$$e = 44 \text{ mm}$$

$$h = 100 \times \left(1 - \frac{0,35 (20 - 10)}{100} \right)$$

$$h = 96 \text{ mm}$$



PROBLEMA 4

Determinar las dimensiones transversales a considerar en el diseño de una pieza de Roble cepillado, de 45 x 145 mm que es colocado en estado verde ($H_C > 28\%$) y que en servicio se espera alcance un contenido de humedad de 15%.

Desarrollo

Según Tabla N° 30, se deben tomar las dimensiones nominales establecidas para el contenido de humedad de 20% en la norma NCh 174/1, con la adecuada consideración de la contracción habida entre 20% y 15%. La expresión a usar es:

$$D_{15} = D_{20} \left(1 - \frac{k \times \Delta H}{100} \right) \quad (\text{Ver Tabla N° 12})$$

1) Para el espesor

Si el canto es tangencial : $D_{15} = 45 \left(1 - \frac{0,29 \times 5}{100} \right) = 44,3 \text{ mm}$

Si el canto es radial : $D_{15} = 45 \left(1 - \frac{0,18 \times 5}{100} \right) = 44,6 \text{ mm}$

2) Para el ancho

Si la cara es tangencial : $D_{15} = 145 \left(1 - \frac{0,29 \times 5}{100} \right) = 142,9 \text{ mm}$

Si la cara es radial : $D_{15} = 145 \left(1 - \frac{0,18 \times 5}{100} \right) = 143,7 \text{ mm}$

NOTA: Como no siempre se puede saber el tipo de corte que presentarán los cantos o caras, quedará a criterio del calculista la elección de la dimensión final a considerar.

Un criterio sería promediar los valores obtenidos para corte tangencial y radial, con lo cual se obtendría la escuadría: 44 x 143 mm.

Un criterio más conservador que el anterior consistiría en elegir las dimensiones menores (cortes tangenciales) con lo cual también resulta la escuadría: 44 x 143 mm.



PROBLEMA 5

Resolver el problema anterior con la ayuda de la Tabla Nº 31 de este Manual, cuando la especie es Coigüe.

Desarrollo

Espesor : $D_{20} = 45 \text{ mm}$

Ancho : $D_{20} = 145 \text{ mm}$

Especie : Coigüe

H_s : 15%

C_T : 0,985

C_R : 0,9925

Con los datos anteriores se tiene:

a) Para el espesor

Con corte tangencial : $D_{15} = 45 \times 0,985 = 44,3 \text{ mm}$

Con corte radial : $D_{15} = 45 \times 0,9925 = 44,7 \text{ mm}$

b) Para el ancho

Con corte tangencial : $D_{15} = 145 \times 0,985 = 142,8 \text{ mm}$

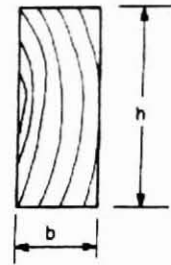
Con corte radial : $D_{15} = 145 \times 0,9925 = 143,9 \text{ mm}$

PROBLEMA 6

Para el problema 5 determinar las siguientes propiedades geométricas: Sección transversal (A), Momento de inercia (I_x), Módulo de flexión (W_x), Radio de giro (i_x).

Se aceptará que la pieza tiene caras con cortes tangenciales, Sf:

b = espesor = 45 mm (corte radial)
 h = ancho = 145 mm (corte tangencial)



Sección transversal : $A_{15} = A_{20} \times C_R \times C_T$ (Ver Tablas Nº 31, 33 y 34)

$$A_{15} = \underline{65,2} \times 0,9925 \times 0,985 = 63,7 \text{ cm}^2$$

Momento de inercia : $I_{x,15} = I_{x,20} \times C_R \times C_T^3$

$$I_{x,15} = \underline{1143} \times 0,9925 \times \overline{0,985^3} = 1084 \text{ cm}^4$$

Módulo de flexión : $W_{x,15} = W_{x,20} \times C_R \times C_T^2$

$$W_{x,15} = \underline{158} \times 0,9925 \times \overline{0,985^2} = 152 \text{ cm}^3$$

Radio de giro : $i_{x,15} = i_{x,20} \times C_T$

$$i_{x,15} = \underline{4,18} \times 0,985 = 4,12 \text{ cm}$$



PROBLEMA 7

Determinar todas las Tensiones Admisibles del Ulmo en estado verde, con Grado Estructural Nº 3 (RR = 0,48).

- Estado de la madera : Verde
- Grupo de la especie : E 3 (De Tabla Nº 15)
- Grado Estructural : Nº 3
- Luego: - Clase Estructural : F 11 (De Tabla Nº 20)

Las Tensiones Admisibles son las siguientes:

De Tabla Nº 18 :	Flexión	:	11,0 MPa
	Compresión Paralela	:	8,3 MPa
	Tracción Paralela	:	6,6 MPa
	Cizalle	:	1,05 MPa
	Módulo de Elasticidad	:	7.900 MPa

De Tabla Nº 19

y Tabla Nº 22 :	Compresión Normal	:	3,4 MPa (considerando el Grupo E 3)
-----------------	-------------------	---	--

PROBLEMA 8

Determinar todas las Tensiones Admisibles para el Coigüe en estado seco ($H = 10\%$) si se contemplan sólo piezas de 75 mm de espesor con una calidad dada por el Grado Estructural N° 4.

Desarrollo

Según Figura N° 7 : - Estado de la madera : Seco ($H = 12\%$)
- Grupo de la madera : ES4 (De Tabla N° 15)
- Grado Estructural ($RR = 0,38$) : N° 4
Luego : - Clase Estructural : F11 (De Tabla N° 21)

Las Tensiones Admisibles son las siguientes :

De Tabla N° 18 : Flexión : 11,0 MPa
Compresión Paralela : 8,3 MPa
Tracción Paralela : 6,6 MPa
Cizalle : 1,05 MPa
Módulo de Elasticidad : 7.900 MPa

De Tabla N° 19

y Tabla N° 22 : Compresión Normal : 5,0 MPa (considerando el Grupo ES4)

PROBLEMA 9

Determinar las Tensiones Admisibles en estado verde del Ciprés de las Guaitecas, que se deben asignar al Grado Estructural Nº 4 (RR = 0,38).

Desarrollo

i) Obtención del Grupo de la Especie Maderera.

ITEM	DATO	GRUPO	OBSERVACION
ESPECIE	Ciprés de las Guaitecas	E 5	De Tabla Nº 15
ESTADO	Verde		

ii) Determinación de la Clase Estructural.

ITEM	DATO	CLASE ESTRUCTURAL	OBSERVACION
GRADO ESTRUCTURAL	Nº 4	F 5	De Tabla Nº 20
AGRUPAMIENTO DE ESPECIES	E 5		

iii) Tensiones Admisibles.

ITEM	SOLICITACION						OBSERVACION
	Flexión Kg/cm ²	Compresión Paralela Kg/cm ²	Compresión Normal Kg/cm ²	Tracción Paralela Kg/cm ²	Cizalle Kg/cm ²	E _f Ton/cm ²	
T. Admisible	56,08	41,81	23,45	33,65	6,32	56,08	De Tablas Nº 18 y Nº 19 para F5 Verde.

NOTA : 1 MPa = 10,1972 Kg/cm².

PROBLEMA 10

En una estructura se desea emplear madera a un contenido de humedad $H = 12\%$, con un Grado Estructural N° 2 y cuya clase estructural conviene que sea la designada con F1. ¿Cuáles son las especies madereras alternativas con que se cuenta?.

Desarrollo

i) Determinación del Grupo de las Especies Madereras.

ITEM	DATO	GRUPO	OBSERVACION
GRADO ESTRUCTURAL	N° 2	ES6	De Tabla N° 21 para $H = 12\%$
CLASE ESTRUCTURAL	F 11		

ii) Especies de Maderas Alternativas.

GRUPO	ESPECIES MADERERAS	OBSERVACION
ES6	Alamo Ciprés de las Guaitecas Sequoia	De Tabla N° 15 para $H = 12\%$

PROBLEMA 11

Cuáles son las Tensiones Admisibles que se deben asignar a piezas de Pino radiata, que en el momento de la colocación tienen un contenido de humedad $H = 30\%$, si el espesor de esas piezas es mayor de 100 mm. Se usará el Grado Estructural N° 4 ($RR = 0,38$).

Desarrollo

i) Obtención del Grupo de la Especie Maderera.

ITEM	DATO	GRUPO	OBSERVACION
ESPECIE	Pino radiata	E 6	De Tabla N° 15
ESTADO	Verde		

ii) Determinación de la Clase Estructural.

ITEM	DATO	CLASE ESTRUCTURAL	OBSERVACION
GRADO ESTRUCTURAL	N° 4	F 4	De Tabla N° 20
AGRUPAMIENTO DE ESPECIES	E 6		

iii) Tensiones Admisibles.

ITEM	SOLICITACION						OBSERVACION
	Flexión Kg/cm ²	Compresión Paralela Kg/cm ²	Compresión Normal Kg/cm ²	Tracción Paralela Kg/cm ²	Cizalle Kg/cm ²	E_f Ton/cm ²	
T. Admisible	43,85	33,65	19,37	26,51	5,30	50,99	De Tablas N° 18 y N° 19 para F 4 Verde.

PROBLEMA 12

Determinar las Tensiones de Diseño que se deben asignar a piezas de Pino radiata, que en el momento de la colocación tienen un contenido de humedad $H = 18\%$, si el espesor de esas piezas es menor que 100 mm y el Grado Estructural es G1.

Desarrollo

i) Obtención del Grupo de la Especie Maderera.

ITEM	DATO	GRUPO	OBSERVACION
ESPECIE	Pino radiata	ES5	De Tabla Nº 15
ESTADO	Seco		

ii) Determinación de la Clase Estructural.

ITEM	DATO	CLASE ESTRUCTURAL	OBSERVACION
GRADO ESTRUCTURAL	G1 *	F7	Ver Apéndice
AGRUPAMIENTO DE ESPECIES	ES5		

* Ver Apéndice.

iii) Tensiones Admisibles.

ITEM	SOLICITACION						OBSERVACION
	Flexión Kg/cm ²	Compresión Paralela Kg/cm ²	Compresión Normal Kg/cm ²	Tracción Paralela Kg/cm ²	Cizalle Kg/cm ²	E _f Ton/cm ²	
T. Admisible	70,36	53,03	41,81	41,81	7,34	80,86 *	Clase Estructural F7 para H = 12%.
K _H	0,877	0,877	0,840	0,877	0,904	0,911	Por contenido humedad (ΔH = 6%)
Tensión Diseño	61,7	46,5	35,12	36,7	6,64	73,66	H = 18%.

* Ver Apéndice.

PROBLEMA 13

Determinar las Tensiones de Diseño (sin considerar los Factores de Modificación de aplicación particular) para el Pino radiata seco a usar en elementos con espesores menores de 100 mm, en Curicó, con calidad Grado Estructural Selecto (GS) y sometido a cargas con una duración de 3 horas.

Desarrollo

Humedad de Equilibrio de Curicó : 16% (De Tabla Nº 5)
 Estado de la madera : Seco ($H = 12\%$) (Ver Fig. Nº 7)
 Grupo de la madera : ES 5 (De Tabla Nº 15)
 Grado Estructural Selecto : GS
 Clase Estructural : F 11 (Ver Apéndice)
 Incremento de Humedad = ΔH : 4%

ITEM	SOLICITACIONES						OBSERVACION
	Flexión	Compresión Paralela	Tracción Paralela	Cizalle	Compresión Normal	E_f	
T. Admisible (F 11)	11,0 MPa	8,3 MPa	6,6 MPa	1,05 MPa	4,1 MPa	10.270 MPa	$H = 12\%$
$K_H = (1 - \Delta H \cdot \Delta R)$ Ver Tabla Nº 23	0,918	0,918	0,918	0,936	0,8932	0,9408	Por contenido humedad $\Delta H = 4\%$.
K_D (Tabla 24)	1,45	1,45	1,45	1,45	-	-	Duración carga
K_T	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	Temp. = 20°C
K_C	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	Trab. Conj.
K_Q	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	Trat. Quím.
T. Diseño	14,6 MPa	11,0 MPa	8,8 MPa	1,4 MPa	3,7 MPa	9.662 MPa	$H = 16\%$

PROBLEMA 14

Se desea diseñar una viga de techumbre industrial de Roble verde, con Grado Estructural N° 2, sometidas a una carga concentrada de duración 10 años, igual a 200 Kg-f, ubicada en el centro de la viga. ¿Cuál será su escuadría si la luz efectiva es 4 metros?. Usar madera aserrada.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño

Grupo del Roble verde E 4 (De Tabla N° 15)
 Grado Estructural (RR = 0,60) N° 2
 Clase Estructural F11 (De Tabla N° 20)

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACION
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Adm. (F11)	11,0 (MPa)	1,05 (MPa)	7.900 (MPa)	Tabla N° 18
K_D	1,0	1,0	-	FM duración carga
K_{hf}	α *	-	-	FM por altura
K_v	1,0 **	-	-	FM por volcamiento
T. de Diseño	11,0 α (MPa)	1,05 (MPa)	7.900 (MPa)	Estado verde

* La altura todavía no se ha determinado, por lo que se deja como incógnita.

** Se adoptarán las sujeciones laterales de volcamiento dadas en Tabla N° 35.

b) Diseño por Deformación

- Deformación máxima admisible : $\delta_{m\acute{a}x,ad} = \frac{L}{200} = \frac{400}{200} = 2 \text{ cm}$

- Deformación de cálculo : $\delta_{c\acute{a}lc.} = \frac{P \times L^3}{48 E_f I}$

Si aceptamos : $\delta_{\text{máx,adm}} = \delta_{\text{cálc.}}$

Se obtiene : $I_{\text{nec}} = \frac{PL^3}{48 \times E_f \times \delta_{\text{máx,adm}}} = \frac{200 \times 400^3}{48 \times 7.900 \times 10,197 \times 2}$

Recordando que : $1 \text{ MPa} = 10,197 \text{ Kg-f/cm}^2$

$$I_{\text{nec}} = 1655 \text{ cm}^4$$

De acuerdo a la Tabla N° 30, y considerando que para :

Humedad de construcción = $H_c > 20\%$, y

Humedad durante servicio = $H_s > 20\%$

se deben adoptar las dimensiones establecidas por NCh 174/1 para $H = 20\%$ sin otra restricción, se obtienen, para :

$b =$ espesor elegido arbitrariamente = 25mm (Tabla N° 28)

las propiedades geométricas siguientes de la Tabla N° 32.

$$I_x = 1667 \text{ cm}^4 \quad h = 200 \text{ mm} = 20 \text{ cm}$$

$$W_x = 167 \text{ cm}^3 \quad A = 50 \text{ cm}^2$$

c) Verificaciones

i) Por flexión :

$$M_{\text{máx}} = \frac{P \times L}{4} = \frac{200 \times 400}{4} = 20.000 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$f_f = \frac{M_{\text{máx}}}{W_x} = \frac{20.000}{167} = 119,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{f,\text{dis}} = 11,0 \times 10,197 \times \alpha$$

$$\text{Pero como : } K_{hf} = \alpha = \left(\frac{50}{200}\right)^{1/9} = 0,857$$



$$F_{f,dis} = 11,0 \times 10,197 \times 0,857 = 96,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_f}{F_{f,dis}} = \frac{119,8}{96,1} = 1,25 > 1,0$$

Se debe intentar otra escuadría.

Tomemos: $b = 32 \text{ mm} \longrightarrow I_x = 2133 \text{ cm}^4$
 $W_x = 213 \text{ cm}^3$

$$h = 20 \text{ cm}$$

$$A = 64 \text{ cm}^2$$

$$f_f = \frac{20.000}{213} = 93,9 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{f,dis} = 96,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_f}{F_{f,dis}} = \frac{93,9}{96,1} = 0,98 < 1,0$$

O.K.

ii) Por cizalle:

$$Q_{\max} = \frac{P}{2} = \frac{200}{2} = 100 \text{ Kg-f}$$

$$f_{cz} = 1,5 \frac{Q_{\max}}{A} = \frac{1,5 \times 100}{64} = 2,3 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cz,dis} = 1,05 \times 10,197 = 10,7 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cz}}{F_{cz,dis}} = \frac{2,3}{10,7} = 0,2 < 1,0$$

O.K.

iii) Por deformación:

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{P \times L^3}{48 E_f \times I_x} = \frac{200 \times 400^3}{48 \times 7.900 \times 10,197 \times 2133} = 1,6 \text{ cm}$$

$$\frac{\delta_{\text{cálculo}}}{\delta_{\max,adm}} = \frac{1,6}{2,0} = 0,8 < 1,0$$

O.K.

iv) Por volcamiento:

$$\frac{h}{b} = \frac{20}{32} = 6,25 \longrightarrow \text{Grado de sujeción e) de Tabla N}^\circ 35.$$

PROBLEMA 15

Diseñar un tablón de piscina de Coigüe (estado seco, Humedad de Equilibrio = 18%) con madera cepillada, de Grado Estructural N° 3 de modo que pueda soportar una carga de 120 Kg-f, en su extremo, durante 1,5 min. La deformación admisible es 5 cm, necesitándose un ancho de 295 mm. Luz efectiva = 2,8 m.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño

Grupo del Coigüe seco (H = 12%) ES4 (De Tabla N° 15 y Figura N° 7)
 Grado Estructural (RR = 0,48) N° 3 (Dato)
 Clase Estructural F14 (De Tabla N° 21)

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACION
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Adm. (F14)	14,0 (MPa)	1,25 (MPa)	9.100 (MPa)	Estado seco (H = 12%)
K_D	1,71 (1)	1,71	-	FM duración de carga
K_H ($\Delta H = 6\%$)	0,877 (2)	0,904	0,911	FM por C. de humedad
K_{hf}	α (3)	-	-	FM por altura
T. de Diseño	21,0 α (MPa)	1,93 (MPa)	8.290 (MPa)	Estado seco (H = 18%)

(1) : Determinado de Tabla N° 24.

(2) : Calculado según 2.4.5.1.i. y Tabla N° 23.

(3) : La altura todavía no se ha determinado, por lo que K_{hf} se deja como incógnita.

b) Diseño por Deformación

Se considerará el tablón como viga empotrada en un extremo y libre en el otro:

$$\delta_{\max, adm} = 5 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{P L^3}{3 E_f I}$$

Aceptando : $\delta_{\text{máx,adm}} \geq \delta_{\text{cálculo}}$.

$$5 \geq \frac{120 \times 280^3}{3 \times 8290 \times 10,197 \times I_{\text{nec}}}$$

$$I_{\text{nec}} \geq 2078 \text{ cm}^4$$

Si se considera que lo más probable es que se use madera verde al instalar el tablón, se tiene:

Humedad de construcción = $H_C > 20\%$

Humedad durante servicio = $H_S = 18\% \rightarrow 20\% > H_S > 12\%$

De acuerdo a Tabla N° 30 se deben adoptar las dimensiones nominales de NCh 174/1 ($H = 20\%$) con la adecuada consideración de la contracción habida entre 20% y 18% .

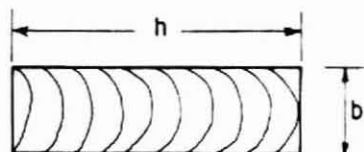
De Tabla N° 33 para:	$h_{20} = 295 \text{ mm}$	$A_{20} = 280,2 \text{ cm}^2$
	$b_{20} = 95 \text{ mm}$	$I_{y,20} = 2108 \text{ cm}^4$
		$W_{y,20} = 444 \text{ cm}^3$

Suponiendo cara con corte radial.

$$h_{18} = h_{20} \times C_R = 295 \times 0,997 = 294,1 \text{ mm}$$

(Ver Tabla N° 31)

$$b_{18} = b_{20} \times C_T = 95 \times 0,994 = 94,4 \text{ mm}$$



$$A_{18} = A_{20} \times C_R \times C_T = 280,2 \times 0,997 \times 0,994 = 277,7 \text{ cm}^2$$

$$I_{y,18} = I_{y,20} \times C_R \times C_T^3 = 2108 \times 0,997 \times 0,994^3 = 2064,1 \text{ cm}^4$$

$$W_{y,18} = W_{y,20} \times C_R \times C_T^2 = 444 \times 0,997 \times 0,994^2 = 437,4 \text{ cm}^3$$



c) Verificaciones

i) Por flexión :

$$M_{\text{máx}} = P \times L = 120 \times 280 = 33.600 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$f_f = \frac{M_{\text{máx}}}{W_y} = \frac{33.600}{437,4} = 76,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{f,\text{dis}} = 21,0 \times 10,197 \times \alpha$$

pero como :

$$K_{hf} = \alpha = \left(\frac{50}{94,4}\right)^{1/9} = 0,932$$

$$F_{f,\text{dis}} = 21,0 \times 10,197 \times 0,932 = 199,6 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_f}{F_{f,\text{dis}}} = \frac{76,8}{199,6} = 0,38 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

ii) Por cizalle :

$$Q_{\text{máx}} = P = 120 \text{ Kg-f}$$

$$f_{cz} = 1,5 \frac{Q_{\text{máx}}}{A} = \frac{1,5 \times 120}{277,7} = 0,65 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cz,\text{dis}} = 1,93 \times 10,197 = 19,68 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cz}}{F_{cz,\text{dis}}} = \frac{0,65}{19,68} = 0,03 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

iii) Por deformación :

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{P \times L^3}{3 E_f I_y} = \frac{120 \times 280^3}{3 \times 8.290 \times 10,197 \times 2064,1} = 5,0 \text{ cm}$$

$$\frac{\delta_{\text{cálculo}}}{\delta_{\text{máx,adm}}} = \frac{5,0}{5,0} = 1,0 \quad \text{O.K.}$$

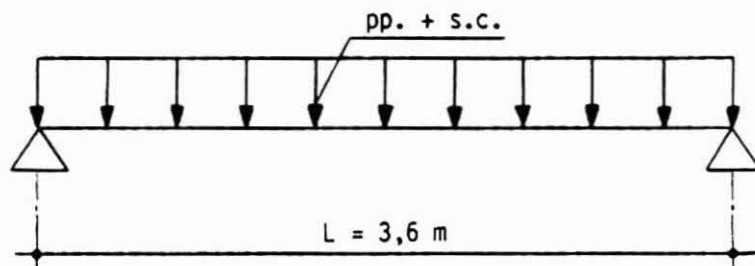
PROBLEMA 16

Diseñar la viga de piso de la Figura, la cual no cuenta con apoyos laterales a lo largo de su luz. Usar Raulí aserrado seco ($H = 18\%$), Grado Estructural N° 3.

Las vigas están dispuestas cada 2 metros entre sí y deben soportar una carga de 150 Kg-f/m^2 (pp. + s.c.) durante 25 años.

Se aceptará una deformación máxima admisible de $L/240$.

Usar un espesor, $b = 75 \text{ mm}$.



Desarrollo

a) Carga:

$$q = 150 \times 2 = 300 \text{ Kg-f/m}$$

$$M = \frac{q L^2}{8} = \frac{300 \times (3,6)^2}{8} = 486 \text{ Kg-f} \times \text{m}$$

b) Tensiones de Diseño:

Estado de la madera	Seco (H = 12%)
Grupo de la madera	ES 5
Grado Estructural (RR = 0,48)	Nº 3
Clase Estructural	F 11
Incremento de humedad = ΔH	6%

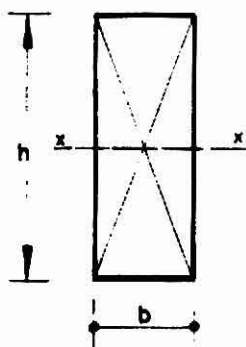
ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACION
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Admisible (F11)	11,0 MPa	1,05 MPa	7.900 MPa	H = 12%
K_H	0,877	0,904	0,9112	Por contenido de humedad $\Delta H = 6\%$
K_D	0,97	0,97	-	Por duración de la carga
K_{hf}	α	-	-	Por altura
K_v	β	-	-	Por volcamiento
T. de Diseño (*)	$9,36 \times \alpha$ MPa	0,92 MPa	7198,48 MPa	H = 18%
T. de Diseño (*)	$9,36 \times \beta$ MPa	0,92 MPa	7198,48 MPa	H = 18%

(*) Ver subpárrafo 3.2.2.2.b).

c) Diseño por Deformación:

$$\delta_{\max, adm} = \frac{L}{240} = \frac{360}{240} = 1,5 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\max} = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{E \times I} = \frac{5 \times 300 \times 3,6 \times (360)^3}{384 \times 73.403 \times I_{nec}}$$



$$\Delta_{\max} = \frac{8938,3}{I_{nec}} \longrightarrow I_{nec} = 5959 \text{ cm}^4$$

$$I = \frac{b h^3}{12} \longrightarrow h = \sqrt[3]{\frac{12 I_{nec}}{b}}$$

Si : $b = 75 \text{ mm}$, se tiene :

$$I_{nec} \geq 5959 \text{ cm}^4 \longrightarrow h \geq 21,2 \text{ cm}$$

De Tabla N° 32 sea $b = 75 \text{ mm}$
 $h = 225 \text{ mm}$

Valores que para simplificar el problema no serán corregidos por contracción ($\Delta H = 2\%$).

Para tales dimensiones ($H = 20\%$):

$$\begin{aligned} A &= 168,8 \text{ cm}^2 \\ I_x &= 7.119 \text{ cm}^4 \\ W_x &= 633 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

d) Verificación por Flexión:

$$f_f = \frac{M_{\max}}{W_x} = \frac{48.600}{633} = 76,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\left. \begin{aligned} F_{f,\text{dis}} &= 95,4 \times K_{hf} \\ F_{f,\text{dis}} &= 95,4 \times K_v \end{aligned} \right\} \text{ el más desfavorable}$$

i) Determinación factor por altura (K_{hf})

$$\text{Como } h = 225 \text{ mm} \longrightarrow K_{hf} = \left(\frac{50}{225} \right)^{1/9}$$

$$K_{hf} = 0,8461$$

ii) Determinación factor por volcamiento (K_v)

La viga no tiene apoyos laterales a lo largo de su luz, y la razón:

$$h/b = \frac{225}{75} = 3 > 2,5$$

se debe calcular λ_v

$$\lambda_v = \sqrt{\frac{h \times \ell_v}{b^2}}$$

$$\text{donde : } \ell_v = 1,63 \ell_a + 3h$$

En este caso : $l_a = L = 3.600 \text{ mm}$

$$l_v = 1,92 \times 3.600 + 3 \times 225 = 7.587 \text{ mm}$$

$$\lambda_v = \sqrt{\frac{225 \times 7.587}{(75)^2}} = 17,42$$

Luego :

$$\lambda_v = 17,42 < 50 \longrightarrow \text{O.K.}$$

De Tabla N° 37 como $\lambda_v > 10$, se determina : λ_{v0}

$$\lambda_{v0} = 0,775 \sqrt{\frac{E_{f,dis}}{F_{fc,dis}}} = 0,775 \sqrt{\frac{73.403}{F_{f,dis}}}$$

$$F_{fc,dis} = 95,4 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Por lo tanto :

$$\lambda_{v0} = 0,775 \sqrt{\frac{73.403}{95,4}} = 21,5$$

Entonces, si : $10 < \lambda_v = 17,42 \leq \lambda_{v0} = 21,5$

$$K_v = 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\lambda_v}{\lambda_{v0}} \right)^4 = 1 - \frac{1}{3} \left(\frac{17,42}{21,5} \right)^4 = 0,856$$

$$K_v = 0,856$$

Finalmente, como $K_{hf} = 0,8461 < K_v = 0,856$, la situación más desfavorable es :

$$F_{f,dis} = 95,4 \times K_{hf} = 95,4 \times 0,8461 = 80,7 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Luego :

$$\frac{f_f}{F_{f,dis}} = \frac{76,8}{80,7} = 0,95 < 1 \longrightarrow 0.K.$$

e) Verificación por Cizalle:

$$Q = \frac{q L}{2} = \frac{300 \times 3,6}{2} = 540 \text{ Kg-f}$$

$$f_{cz} = \frac{1,5 \times Q}{b h} = \frac{1,5 \times 540}{168,8} = 4,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cz}}{F_{cz,dis}} = \frac{4,8}{9,4} = 0,51 < 1 \longrightarrow 0.K.$$

f) Verificación por Deformación:

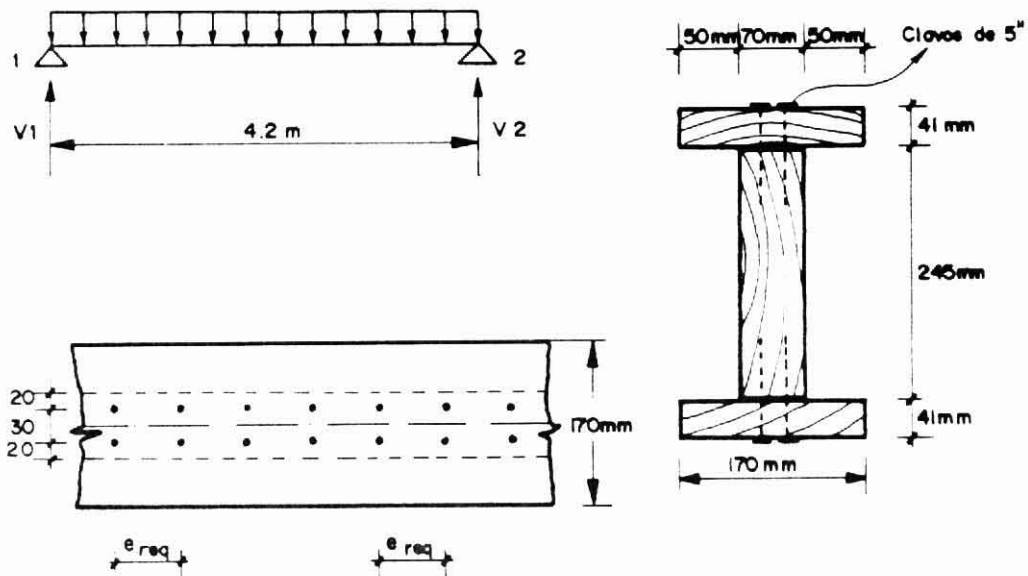
$$\delta_{c\acute{a}lc} = \frac{5 \times q \times L^4}{384 \times E_f \times I_{real}} = \frac{5 \times 300 \times 3,6 \times (360)^3}{384 \times 73.403 \times 7.119}$$

$$\delta_{c\acute{a}lc} = 1,3 \text{ cm} < \delta_{adm} \longrightarrow 0.K.$$

RESPUESTA : Usar viga de 75 x 225 mm.

PROBLEMA 17

Verificar la viga de techumbre industrial de la Figura sometida a una carga uniformemente distribuida igual a 600 Kg-f/ml, de 10 años de duración que actúa sobre la viga de sección transversal compuesta del TIPO 1, construida con Pino radiata seco, cepillado, Grado Estructural GS, que trabajará a una humedad de equilibrio de 15%, clavada con clavos de 5", distribuidos en la forma esquematizada en la Figura.



Desarrollo

i) Tensiones de Diseño

ESPECIE	ESTADO	GRUPO ESTRUCL.	OBSERVACION
Pino radiata	Seco (H = 12%)	ES 5	De Tabla Nº 15

GRUPO ESTRUCTURAL	GRADO	CLASE ESTRUCTURAL	OBSERVACION
ES 5	Grado Estructural GS.	F 11	Ver Apéndice

Con los datos anteriores se procede con la determinación de las Tensiones de Diseño.

ITEM	TENSION DE			MODULO DE ELASTICIDAD	OBSERVACION
	Flexión	Cizalle	Tracción Paralela		
T. Admisible	11,0 MPa	1,05 MPa	6,6 MPa	10.270 MPa	Ver Apéndice Duración carga Por humedad para $\Delta H = 3\%$
K_D	1,0	1,0	1,0	-	
K_H	0,9385	0,952	0,9385	0,9556	
T. de Diseño	10,32 MPa	1,00 MPa	6,19 MPa	9.814 MPa	H = 15%
T. de Diseño	105,2 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	10,2 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	63,1 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	100.075 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	H = 15%

ii) Solicitaciones

$$M_{\text{máx}} = \frac{q \times l^2}{8} = \frac{600 \times 4,2^2}{8} = 1323 \text{ Kg-f} \times \text{m} = 132.300 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$Q_{\text{máx}} = V_1 = V_2 = \frac{q \times L}{2} = \frac{600 \times 4,2}{2} = 1260 \text{ Kg-f}$$

iii) Propiedades Geométricas (Ver Figura Tipo 1 de 3.2.3.2.)

$$h_1 = 41 \text{ mm}$$

$$h_2 = 245 \text{ mm}$$

$$b_1 = 170 \text{ mm}$$

$$b_2 = 70 \text{ mm}$$

$$a_1 = 143 \text{ mm}$$

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 17 \times 4,1 = 69,7 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = b_2 \times h_2 = 7 \times 24,5 = 171,5 \text{ cm}^2$$

$$I_1 = \frac{b_1 \times h_1^3}{12} = \frac{17 \times 4,1^3}{12} = 97,6 \text{ cm}^4$$

$$I_2 = \frac{b_2 \times h_2^3}{12} = \frac{7 \times 24,5^3}{12} = 8578,6 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = a_1 \times A_1 = 14,3 \times 69,7 = 996,71 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = \frac{b_2 \times h_2^2}{8} = \frac{7 \times 24,5^2}{8} = 525,22 \text{ cm}^3$$

Clavos de 5" implica: diámetro = $d_c = 0,515 \text{ cm}$

largo = $l_c = 12,7 \text{ cm}$

Con tales datos se obtiene :

$$A_{1D} = A_1 - 2 \times d_c \times h_1 = 69,7 - 2 \times 0,515 \times 4,1 = 65,48 \text{ cm}^2$$

$$I_{1D} = \frac{(b_1 - 2 \times d_c) \times h_1^3}{12} = \frac{(17 - 2 \times 0,515) \times 4,1^3}{12} = 91,72 \text{ cm}^4$$

$$\begin{aligned} I_{2D} &= I_2 - \left[\frac{2 \times d_c \times (\ell_c - h_1)^3}{12} + 2 (\ell_c - h_1) \times d_c \times \left(\frac{h_2}{2} - \left(\frac{\ell_c - h_1}{2} \right) \right)^2 \right] = \\ &= 8578,6 - \left(\frac{2 \times 0,515 \times 8,6^3}{12} + 2 \times 8,6 \times 0,515 \times 63,20 \right) = 7964,18 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

I_{ef} = momento de Inercia Eficaz se obtiene tomando un valor de tanteo para: $e_{req} = 60 \text{ mm}$.

e' = espaciamiento medio de los clavos = $\frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$ (ver Figura N° 76).

C = módulo de corrimiento = $600 \text{ N/mm} = 612 \text{ Kg-f/cm}$ (De Tabla N° 41).

Por lo tanto :

$$k = \frac{\pi^2 \times E_f \times A_1 \times e'}{L^2 \times C} = \frac{\pi^2 \times 100.075 \times 69,7 \times 3}{420^2 \times 612} = 1,913$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 1,913} = 0,3433$$

$$I_{ef} = \sum_{i=1}^n (I_i) + \gamma \sum_{i=1}^n (A_i \times a_i^2)$$

$$I_{ef} = (2 I_1 + I_2) + \gamma (2 A_1 \times a_1^2)$$

$$I_{ef} = (2 \times 97,6 + 8578,6) + 0,3433 (2 \times 69,7 \times 14,3^2) =$$

$$I_{ef} = 8773,80 + 9786,08 = \underline{18559,88 \text{ cm}^4}$$

$$f_{f_1} = \pm \frac{132.300}{18559,88} \left[0,3433 \times 14,3 \times \frac{69,7}{65,48} + \frac{4,1 \times 97,6}{2 \times 91,72} \right]$$

$$f_{f_1} = \pm 7,13 (5,226 + 2,181)$$

$$f_{f_1} = \pm 52,8 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{f,dis} = 105,2 \text{ Kg-f/cm}^2$$

En el alma :

$$f_{f_2} = \pm \frac{M}{I_{ef}} \times \frac{h_2}{2} \times \frac{I_2}{I_{2D}}$$

$$f_{f_2} = \pm \frac{132.300}{18559,88} \times \frac{24,5}{2} \times \frac{8578,6}{7964,18}$$

$$f_{f_2} = \pm 94,1 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{f,dis} = 105,2 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

En el ala traccionada :

$$f_{g_1} = + \frac{M \times \gamma \times a_1 \times A_1}{I_{ef} \times A_{1D}} = \frac{132.300 \times 0,3433 \times 14,3 \times 69,7}{18559,88 \times 65,48}$$

$$f_{g_1} = + 37,2 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{tp,dis} = 63,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Por cizalle :

$$f_{cz,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x}}{b_2 \times I_{ef}} (\gamma \times S_1 + S_2)$$

$$f_{cz,m\acute{a}x} = \frac{1260}{7 \times 18559,88} (0,3433 \times 996,71 + 525,22)$$

$$f_{cz,m\acute{a}x} = 8,4 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{cz,dis} = 10,2 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

UNIONES

El flujo de cizalle máximo en la unión será :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x} \times \gamma \times S_1}{I_{ef}} = \frac{1260 \times 0,3433 \times 996,71}{18559,88}$$

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = 23,2 \text{ Kg/cm}$$

El espaciamiento requerido resulta :

$$e_{req} = \frac{n \times P_{dis}}{t_{cz,ef,m\acute{a}x}} = \frac{2 \times P_{dis}}{23,2}$$

pero : $P_{dis} = 80,2 \text{ Kg}$ (clavo de 5", sometido a cizalle sim
ple, según párrafo 6.5.2)

$$e_{req} = \frac{2 \times 80,2}{23,2} = 6,9 \text{ cm}$$

tomando :

$$e_{real} = 6,0 \text{ cm}$$

$$P_{trab} = \frac{23,2 \times e_{real}}{2} = \frac{23,2 \times 6,0}{2} = 69,6 \text{ Kg}$$

$$\frac{P_{trab}}{P_{dis}} = \frac{69,6}{80,2} = 0,87 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

Por deformación :

$$\delta_{c\acute{a}lc}^M = \frac{5 \times M_{m\acute{a}x} \times L^2}{48 \times E_f \times I_{ef}} = \frac{5 \times 132.300 \times \overline{420}^2}{48 \times 100.075 \times 18559,88} = 1,31 \text{ cm}$$

$$\delta_{c\acute{a}lc}^Q = \frac{M_{m\acute{a}x}}{G \times A_z} = \frac{132.300 \times 16}{100.075 \times 171,5} = 0,12 \text{ cm}$$

con : $G = E_f/16$

$$\delta_{c\acute{a}lc} = \delta_{c\acute{a}lc}^M + \delta_{c\acute{a}lc}^Q = 1,31 + 0,12 = 1,43 \text{ cm} \approx \frac{L}{294}$$

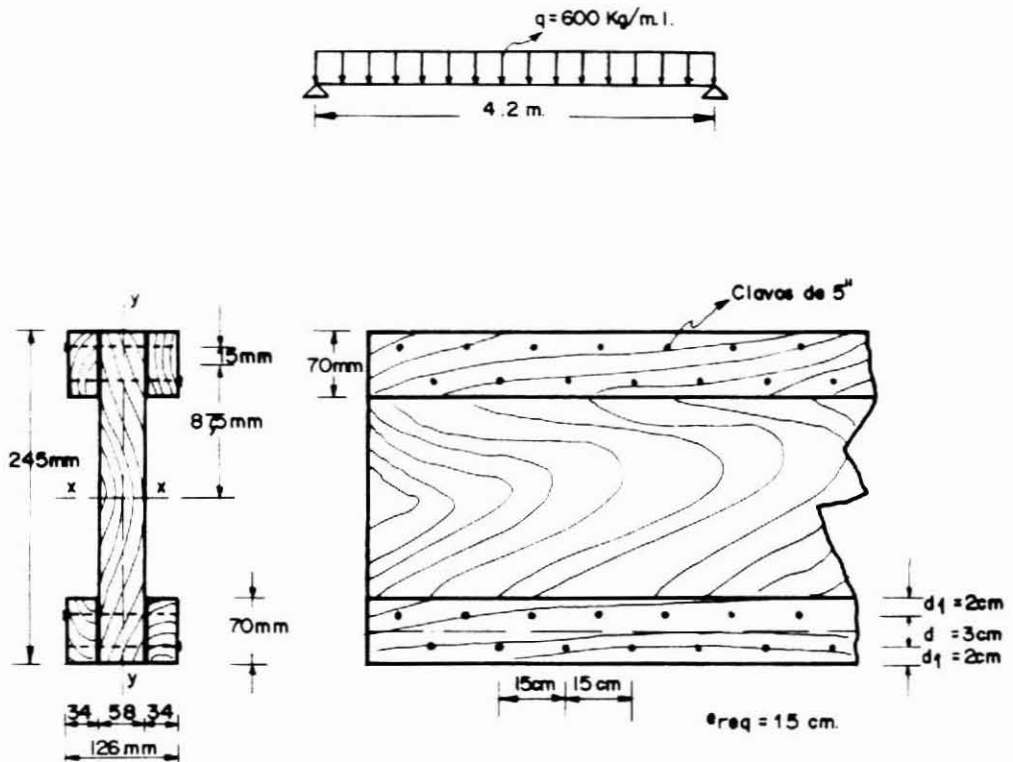
Para techumbre :

$$\delta_{m\acute{a}x,adm} = L/200 > \delta_{c\acute{a}lc} \quad \text{O.K.}$$



PROBLEMA 18

Resolver el problema anterior usando el perfil esquemático en la Figura siguiente:



Desarrollo

i) Tensiones de Diseño

Flexión	:	$F_{f,dis} = 105,2 \text{ Kg-f/cm}^2$
Cizalle	:	$F_{cz,dis} = 10,2 \text{ Kg-f/cm}^2$
Tracción Paralela	:	$F_{tp,dis} = 63,1 \text{ Kg-f/cm}^2$
Módulo de Elasticidad	:	$E_f = 100.075 \text{ Kg-f/cm}^2$

ii) Solicitaciones

$$M_{\text{máx}} = 132.300 \text{ Kg} \times \text{cm}$$

$$Q = 1.260 \text{ Kg}$$

iii) Propiedades Geométricas (Ver Figura Tipo 3 de 3.2.3.2.)

$$h_1 = 7 \text{ cm}$$

$$\frac{b_1}{2} = 3,4 \text{ cm}$$

$$a_1 = 8,75 \text{ cm}$$

$$A_1 = 2 \times h_1 \times \frac{b_1}{2} = 47,6 \text{ cm}^2$$

$$I_1 = \frac{b_1 \times h_1^3}{12} = 194,4 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = A_1 \times a_1 = 47,6 \times 8,75 = 416,5 \text{ cm}^3$$

$$h_2 = 24,5 \text{ cm}$$

$$b_2 = 5,8 \text{ cm}$$

$$A_2 = h_2 \times b_2 = 142,1 \text{ cm}^2$$

$$I_2 = \frac{b_2 \times h_2^3}{12} = 7108 \text{ cm}^4$$

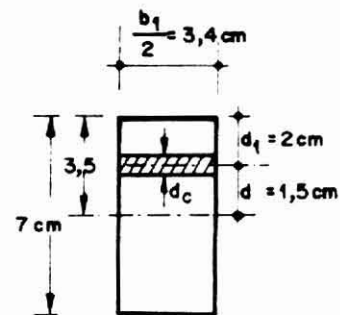
$$S_2 = \frac{b_2 \times h_2^2}{8} = \frac{5,8 \times 24,5^2}{8} = 435,18 \text{ cm}^3$$

Usando clavos de 5" con :

$$\text{diámetro} = d_c = 0,515 \text{ cm}$$

$$\text{largo} = l_c = 12,7 \text{ cm}$$

y tanteando con : $e_{\text{req}} = 150 \text{ mm}$



$$A_{1d} = A_1 - 2 \times d_c \times \frac{b_1}{2} = A_1 - 2 \times 0,515 \times 3,4 = 44,1 \text{ cm}^2$$

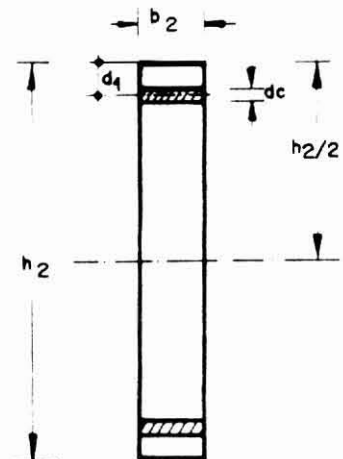
$$I_{1d} = I_1 - 2 \left(\frac{\frac{b_1}{2} \times d_c^3}{12} + \frac{b_1}{2} \times d_c \times d^2 \right) = 194,4 - 2 (0,04 + 3,94) = 186,44 \text{ cm}^4$$

$$I_{2d} = I_2 - \left[\frac{2 \times b_2 \times d_c^3}{12} + 2 b_2 \times d_c \times \left(\frac{h_2}{2} - d_1 \right)^2 \right]$$

$$I_{2d} = 7108 - \left[\frac{2 \times 5,8 \times 0,515^3}{12} + 2 \times 5,8 \times 0,515 \times \left(\frac{24,5}{2} - 2 \right)^2 \right]$$

$$I_{2d} = 7108 - [0,13 + 627,64] = 7108 - 627,8$$

$$I_{2d} = 6480,2 \text{ cm}^4$$



El Momento de Inercia Eficaz se obtiene con:

$$e' = \text{espaciamiento de los clavos} = \frac{e}{2} = \frac{15}{2} = 7,5 \text{ cm} \quad (\text{Figura N}^\circ 76)$$

$$C = \text{módulo de corrimiento} = 900 \text{ N/mm} = 918 \text{ Kg/cm} \quad (\text{Tabla N}^\circ 41)$$

Se obtiene :

$$k = \frac{\pi^2 \times E_f \times A_1 \times e'}{L^2 \times C} = \frac{\pi^2 \times 100.075 \times 47,6 \times 7,5}{420^2 \times 918} = 2,177$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 2,177} = 0,315$$

$$I_{ef} = \sum_{i=1}^n (I_i) + \gamma \sum_{i=1}^n (A_i \times a_i^2)$$

$$I_{ef} = (2 I_1 + I_2) + \gamma (2 A_1 \times a_1^2)$$

$$= (2 \times 194,4 + 7108) + 0,315 (2 \times 47,6 \times 8,75^2) = 7496,8 + 2296,0$$

$$I_{ef} = 9792,8 \text{ cm}^4$$

iv) Verificaciones

$$\text{En las alas: } f_{f_1} = \pm \frac{M}{I_{ef}} \left[\gamma \times a_1 \times \frac{A_1}{A_{1d}} + \frac{h_1}{2} \times \frac{I_1}{I_{1d}} \right]$$

$$f_{f_1} = \pm \frac{132.300}{9792,8} \left[0,315 \times 8,75 \times \frac{47,6}{44,1} + 3,5 \times \frac{194,4}{186,44} \right]$$

$$f_{f_1} = \pm 13,51 (2,98 + 3,65)$$

$$f_{f_1} = \pm 89,6 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{f,dis} \quad \text{O.K.}$$

$$\text{En el alma: } f_{f_2} = \pm \frac{M}{I_{ef}} \times \frac{h_2 \times I_2}{2 \times I_{2d}}$$

$$f_{f_2} = \pm \frac{132.300}{9792,8} \times \frac{24,5 \times 7108}{2 \times 6480,2}$$

$$f_{f_2} = \pm 181,5 \text{ Kg-f/cm}^2 > F_{f,dis}$$

OBSERVACION : Habrá que modificar las dimensiones del alma.

En ala traccionada :

$$f_{g_1} = \pm \frac{M}{I_{ef}} \times \frac{\gamma \times a_1 \times A_1}{A_{1d}} = \frac{132.300}{9792,8} \times \frac{0,315 \times 8,75 \times 47,6}{44,1}$$

$$f_{g_1} = 40,2 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{t,dis} = 63,1 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

Por cizalle :

$$f_{cz,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x}}{b_1 \times I_{ef}} (\gamma S_1 + S_2)$$

$$f_{cz,m\acute{a}x} = \frac{1260 (0,315 \times 416,5 + 435,18)}{5,8 \times 9792,8} = 12,6 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cz,dis} = 10,2 < f_{cz,m\acute{a}x}$$

OBSERVACION : Se debe redimensionar para obtener $f_{cz,m\acute{a}x}/F_{cz,dis} \leq 1$.

UNIONES

El flujo de cizalle máximo en la unión será :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x} \times \gamma \times S_1}{I_{ef}} = \frac{1260 \times 0,315 \times 416,5}{9792,8} = 16,9 \text{ Kg/cm}$$

El espaciamiento requerido será :

$$e_{req} = \frac{n \times P_{dis}}{t_{cz,ef,m\acute{a}x}} = \frac{2 \times P_{dis}}{16,9}$$

$$P_{dis} = 160,4 \text{ Kg} \quad (\text{clavo de 5", sometido a cizalle do ble, según párrafo 6.5.2.})$$

$$e_{req} = \frac{2 \times 160,4}{16,9} = 19,0 \text{ cm} > e_{real} = 15 \text{ cm}$$

$$P_{trab} = \frac{e_{real} \times t_{cz,ef,m\acute{a}x}}{2} = \frac{15 \times 16,9}{2} = 126,7 \text{ Kg}$$

$$\frac{P_{\text{trab}}}{P_{\text{dis}}} = \frac{126,7}{160,4} = 0,79 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

Deformación :

$$\delta_{\text{cál}}^M = \frac{5 \times M_{\text{máx}} \times L^3}{48 E_{f,\text{dis}} \times I_{\text{ef}}} = \frac{5 \times 132.300 \times 420^3}{48 \times 100.075 \times 9792,8} = 2,48$$

$$\delta_{\text{cál}}^Q = \frac{M_{\text{máx}}}{G \times A_2} = \frac{132.300 \times 16}{100.075 \times 142,1} = 0,15$$

$$\delta_{\text{cál}} = \delta_{\text{cál}}^M + \delta_{\text{cál}}^Q = 2,63 \text{ cm} \approx \frac{L}{160}$$

OBSERVACION : Se debe aumentar I_{ef} para disminuir la deformación, lo cual puede obtenerse al modificar las dimensiones del alma.

Volcamiento :

$$I_x = \frac{12,6 \times 24,5^3}{12} - \frac{2 \times 3,4 \times 10,5^3}{12} = 14.785 \text{ cm}^4$$

$$I_y = \frac{24,5 \times 12,6^3}{12} - 2 \left(\frac{10,5 \times 3,4^3}{12} + 10,5 \times 3,4 \times (2,9 + 1,7)^2 \right)$$

$$I_y = 4084,1 - 2 (789,8) = 2505 \text{ cm}^4$$

$$I_x/I_y = \frac{14.785}{2505} = 5,9$$

De acuerdo a Tabla N° 42 la viga debe contemplar: "Ala inferior fijada lateralmente, en los apoyos".

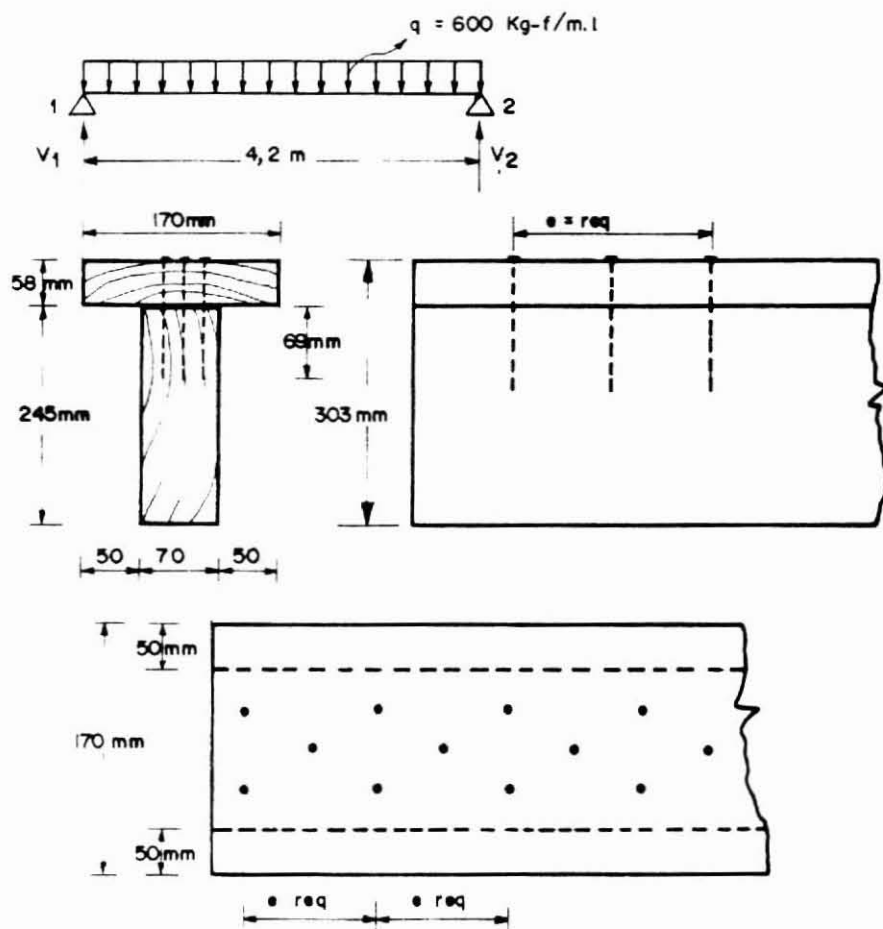
PROBLEMA 19

Ajustar las dimensiones del problema anterior para que se cumplan las condiciones de diseño.



PROBLEMA 20

Verificar la viga de la Figura para las condiciones especificadas en el Problema 17.



Desarrollo

Solicitaciones

$$M_{\text{máx}} = \frac{q \times L^2}{8} = \frac{600 \times 4,2^2}{8} = 1323 \text{ Kg} \times \text{m} = 132.300 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$V_1 = V_2 = \frac{q \times L}{2} = \frac{600 \times 4,2}{2} = 1260 \text{ Kg-f}$$

Propiedades Geométricas (Ver Figura Tipo 4 de 3.2.3.2.)

$$b_1 = 17 \text{ cm}$$

$$h_1 = 5,8 \text{ cm}$$

$$A_1 = b_1 \times h_1 = 17 \times 5,8 = 98,6 \text{ cm}^2$$

$$b_2 = 7 \text{ cm}$$

$$h_2 = 24,5 \text{ cm}$$

$$A_2 = b_2 \times h_2 = 171,5 \text{ cm}^2$$

$$A_1 + A_2 = 270,1 \text{ cm}^2$$

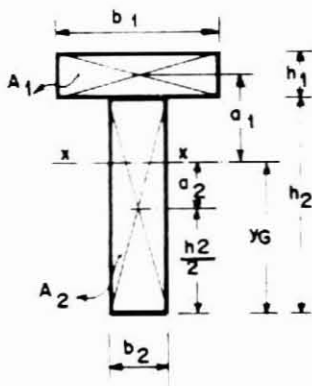
Centro de Gravedad de la Sección Compuesta (y_G)

$$y_G = \frac{A_1 \times y_1 + A_2 \times y_2}{A_1 + A_2} = \frac{98,6 \times (24,5 + 2,9) + 171,5 \times 12,25}{270,1}$$

$$y_G = 17,8 \text{ cm}$$

$$(h_1 + h_2) - y_G = 30,3 - 17,8 = 12,5 \text{ cm}$$

$$a_1 = \left[(h_1 + h_2) - y_G \right] - \frac{h_1}{2} = 12,5 - 2,9 = 9,6 \text{ cm}$$



$$a_2 = y_G - \frac{h_2}{2} = 17,8 - 12,25 = 5,5 \text{ cm}$$

$$S_1 = A_1 \times a_1 = 98,6 \times 9,6 = 946,56 \text{ cm}^3$$

$$A_1 \times a_1^2 = S_1 \times a_1 = 946,56 \times 9,6 = 9086,98 \text{ cm}^4$$

$$A_2 \times a_2^2 = 171,5 \times 5,5^2 = 5187,88 \text{ cm}^4$$

$$A_1 \times a_1^2 + A_2 \times a_2^2 = 9086,98 + 5187,88 = 14274,86 \text{ cm}^4$$

- Para la distribución de clavos, establecida: $e' = e_{\text{req}}/3$.
- Para clavos de 5", aceptamos: $e_{\text{req}} = 12 \text{ cm}$.
- El espaciamiento medio de los clavos: $e' = 12/3 = 4 \text{ cm}$ (ver Figura N° 76).
- Módulo de corrimiento = $600 \text{ N/mm} = 612 \text{ Kg-f/cm}$ (de Tabla N° 41).

- Por lo tanto, el Momento de Inercia Eficaz (I_{ef}), se obtiene con:

$$k = \frac{x^2 \times E_f \times A_1 \times A_2 \times e'}{L^2 \times (A_1 + A_2) \times C} \quad (\text{Ver 3.2.3.3.})$$

$$k = \frac{x^2 \times 100.075 \times 98,6 \times 171,5 \times 4}{420^2 \times 270,1 \times 612} = 2,291$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 2,291} = 0,304$$

$$I_{ef} = \frac{1}{12} (b_2 \times h_2^3 + b_1 \times h_1^3) + \gamma (A_1 \times a_1^2 + A_2 \times a_2^2)$$

$$I_{ef} = \frac{1}{12} (7 \times 24,5^3 + 17 \times 5,8^3) + 0,304 \times 14274,86$$

$$I_{ef} = 8854,98 + 4339,56 = 13194,54 \text{ cm}^4$$

Verificaciones

Se verificará sólo la tensión de flexión en el borde del elemento A_2 .

Aceptando que $A_2 \approx A_{2d}$ y $I_2 \approx I_{2d}$

Se obtiene :

$$f_{f_2} = \frac{M_{\max}}{I_{ef}} \left[\gamma \times a_2 + \frac{h_2}{2} \right]$$

$$f_{f_2} = \frac{132.300}{13194,5} \left[0,304 \times 5,5 + \frac{24,5}{2} \right]$$

$$f_{f_2} = 139,6 \text{ Kg-f/cm}^2 > F_{f,dis} = 105,2 \text{ Kg-f/cm}^2$$

OBSERVACION : Habrá que redimensionar la sección transversal compuesta.

En el Centro de Gravedad del elemento A_1 la tensión de tracción es:

$$f_{g_1} = \frac{M_{\max}}{I_{ef}} \times \gamma \times a_1 = \frac{132.300}{13194,5} \times 0,304 \times 9,6$$

$$f_{g,t_1} = 29,3 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{tp,dis} = 63,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Cizalle en el elemento A₂

$$f_{cz,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x}}{b_2 \times I_{ef}} \times S_2 \quad (\text{Ver } 3.2.3.4. c)$$

$$S_2 = \left[\frac{h_2}{2} + \gamma a_2 \right] \times \frac{b_2}{2}$$

$$S_2 = \left(\frac{24,5}{2} + 0,304 \times 5,5 \right) \times 3,5 = 678,38 \text{ cm}^3$$

$$f_{cz,m\acute{a}x} = \frac{1260}{7 \times 13194,5} \times 678,38 = 9,2 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cz,dis} = 10,2 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

UNIONES

Flujo de cizalle máximo:

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x} \times \gamma \times S_1}{I_{ef}} = \frac{1260 \times 0,304 \times 946,56}{13194,5}$$

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = 27,5 \text{ Kg-f/cm}$$

$$e_{req} = \frac{n \times P_{dis}}{t_{cz,ef,m\acute{a}x}} \quad \text{pero :}$$

n = número de hileras en que se disponen los clavos;

P_{dis} = 80,2 Kg-f (clavos de 5", sometido a cizalle simple, según 6.5.2.).

$$e_{req} = \frac{3 \times 80,2}{27,5} = 8,7 \text{ cm} < e_{real} = 12 \text{ cm} \quad \text{O.K.}$$

BIBLIOTECA
INSTITUTO FORESTAL

$$P_{\text{trab}} = \frac{e_{\text{real}} \times t_{\text{cz,ef,máx}}}{n} = \frac{12 \times 27,5}{3} = 110 \text{ Kg-f}$$

$$\frac{P_{\text{trab}}}{P_{\text{dis}}} = \frac{110}{80,6} = 1,4 > 1$$

OBSERVACION : Habrá que ajustar la distribución de los clavos.

Deformación :

$$\delta_{\text{cálc}}^M = \frac{5 \times M_{\text{máx}} \times L^2}{48 \times E_f \times I_{\text{ef}}} = \frac{5 \times 132.300 \times 420^2}{48 \times 100.075 \times 13.194,5}$$

$$\delta_{\text{cálc}}^M = 1,84 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{cálc}}^Q = \frac{M_{\text{máx}}}{G \times A_s} = \frac{132.300 \times 16}{100.075 \times 171,5}$$

$$\delta_{\text{cálc}}^Q = 0,12$$

$$\delta_{\text{cálc}} = \delta_{\text{cálc}}^M + \delta_{\text{cálc}}^Q = 1,84 + 0,12 = 1,96 \text{ cm} \approx \frac{L}{214}$$

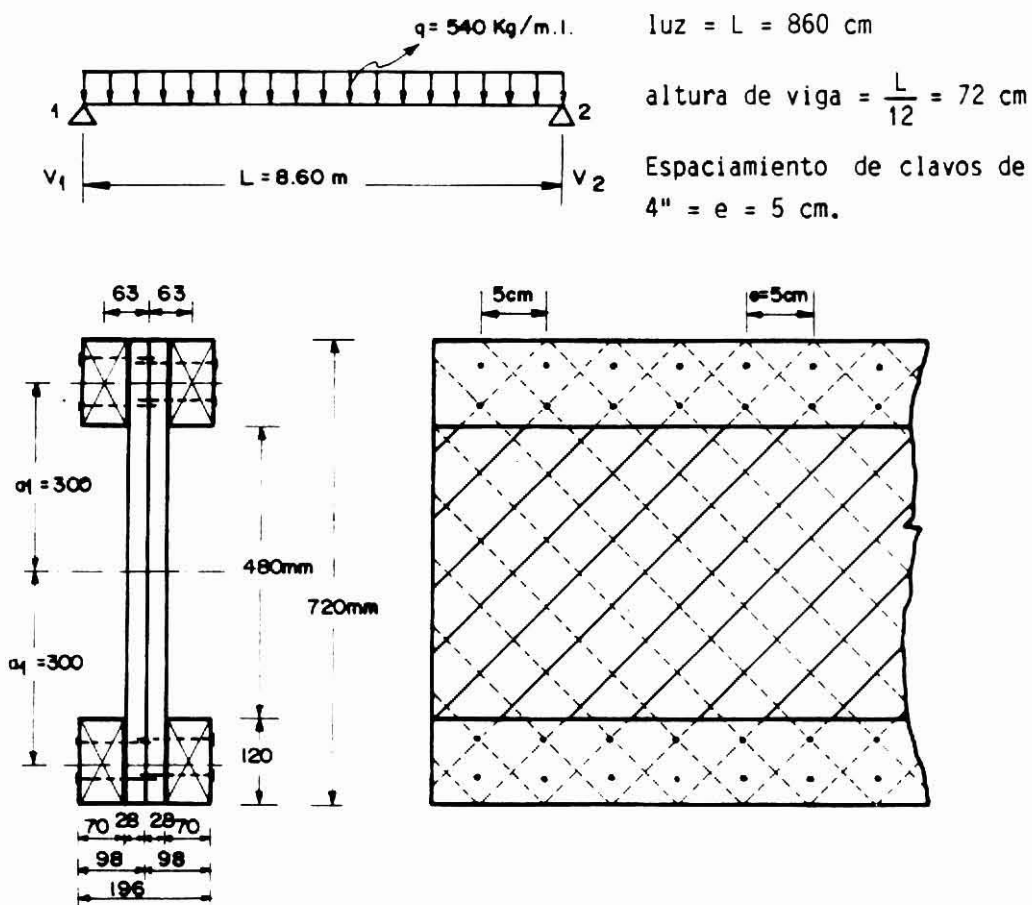
$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{L}{200} > \delta_{\text{cálc}} = \frac{L}{214} \quad \text{O.K.}$$

PROBLEMA 21

Cambiar las dimensiones de la sección transversal com
puesta estudiada en el problema anterior, de modo que se cumplan todos los
requisitos de diseño.

PROBLEMA 22

Verificar la viga de piso de sección transversal com puesta señalada en la Figura, confeccionada con Pino radiata, cepillado, seco ($H = 18\%$) sometida a una carga de 540 Kg-f/m.l. de 3 días de duración.



Desarrollo

i) Solicitaciones

$$M_{\text{máx}} = \frac{q \times L^2}{8} = \frac{540 \times 8,6^2}{8} = 4992,3 \text{ Kg-f} \times \text{m}$$

$$M_{\text{máx}} = 499.230 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$



$$V_1 = V_2 = \frac{q \times L}{2} = \frac{540 \times 8,6}{2} = 2322 \text{ Kg-f}$$

- ii) Tensiones de Diseño: Pino radiata seco (H = 12%) ES 5
que con Grado Estructural: GS F 11

ITEM	SOLICITACIONES				MODULO DE ELASTICIDAD	OBSERV.
	Flexión	Compresión Paralela	Tracción Paralela	Cizalle		
T. Admisible K_H (por humedad)	11,0 MPa 0,877	8,3 MPa 0,877	6,6 MPa 0,877	1,05 MPa 0,904	10.270 MPa 0,911	H = 12% $\Delta H = 6\%$
K_D (por duración de carga)	1,28	1,28	1,28	1,28	-	5 días
T. de Diseño	12,35 MPa	9,32 MPa	7,41 MPa	1,21 MPa	9.356 MPa	H = 18%
T. de Diseño	125,9 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	95 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	75,5 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	12,3 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	95.405 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	H = 18%

- iii) Propiedades Geométricas: (Ver Figura Tipo 3 de 3.2.3.2.)

$$h_1 = 12 \text{ cm}$$

$$S_1 = A_1 \times a_1 = 168 \times 30 = 5040 \text{ cm}^3$$

$$b_1 = 2 \times 7 = 14 \text{ cm}$$

$$e' = e/2 = 5/2 = 2,5 \text{ cm}$$

$$A_1 = h_1 \times b_1 = 12 \times 14 = 168 \text{ cm}^2$$

$$C = 918 \text{ Kg-f/cm. (Tabla N° 41)}$$

- iv) El Momento de Inercia Eficaz se obtiene con:

$$k = \frac{\pi^2 \times E_f \times A_1 \times e'}{L^2 \times C} = \frac{\pi^2 \times 95.405 \times 168 \times 2,5}{860^2 \times 918} = 0,582$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1,582} = 0,632$$

$$I_{ef} = 2 \times \frac{b_1 \times h_1^3}{12} + \gamma \times 2 \times A_1 \times a_1^2$$

$$I_{ef} = 2 \times \frac{14 \times 12^3}{12} + 0,632 \times 2 \times 168 \times 30^2 = 4032 + 191.116,8$$



$$I_{ef} = 195.148,8 \text{ cm}^4$$

$$(\text{Método aproximado: } I_{ef} = 2 \gamma \times A_1 \times a_1^2 = 191.116,8 \text{ cm}^4)$$

v) Verificaciones:

$$\text{Flexión en el borde de las alas: } f_{f,b} = \frac{M}{I_{ef}} \left(\gamma \times a_1 + \frac{h_1}{2} \right)$$

$$(\text{Suponiendo : } A_1 \approx A_{1d} \text{ e } I_1 \approx I_{1d})$$

$$f_{f,b} = \frac{499.230}{195.148,8} \left(0,632 \times 30 + \frac{12}{2} \right) = 63,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{f,dis} = 125,9 \text{ Kg/cm}^2 \quad \text{O.K.}$$

En el Centro de Gravedad de las alas traccionadas :

$$f_{tp,g_1} = \frac{M}{I_{ef}} \gamma \times a_1 = \frac{499.230}{195.148,8} \times 0,632 \times 30$$

$$f_{tp,g_1} = 48,5 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cp,dis} = 95,0 \text{ Kg-f/cm}^2 ; F_{tp,dis} = 75,5 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Luego :

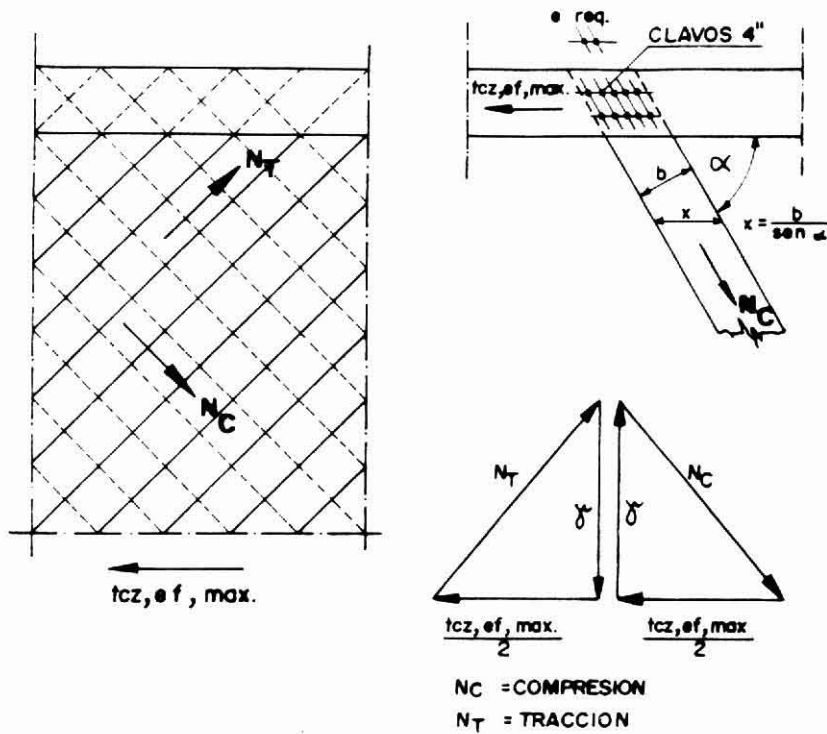
$$\frac{f_{f,b}}{F_{f,dis}} = \frac{63,8}{125,9} < 1; \quad \frac{f_{cp,g_1}}{F_{cp,dis}} = \frac{48,5}{95,0} < 1; \quad \frac{f_{tp,g_1}}{F_{tp,dis}} = \frac{48,5}{75,5} < 1 \quad \text{O.K.}$$

vi) UNIONES

Flujo de cizalle máximo :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x} \times \gamma \times S_1}{I_{ef}} = \frac{2322 \times 0,632 \times 5040}{195.148,8}$$

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = 37,9 \text{ Kg-f/cm}$$



Con : $\alpha = 45^\circ$

$$\cos 45^\circ = \frac{t_{cz,ef,m\acute{a}x}}{2 \times N_C}$$

$$N_C = \frac{t_{cz,ef,m\acute{a}x}}{2 \cos 45^\circ} = \frac{37,9}{2 \times 0,707} = 26,8 \text{ Kg-f/cm}$$

Para clavos de 4": $P_{dis} = 58,8 \text{ Kg-f}$ (clavos de 4" sometidos a cizalle simple, según 6.5.2.)

Con un ancho de tabla: $b = 12 \text{ cm}$

$$x = \frac{b}{\text{sen } \alpha} = \frac{12}{0,707} = 17 \text{ cm}$$

$$\text{Número de clavos : } n_c = \frac{N_C \times x}{P_{dis}} = \frac{26,8 \times 17}{58,8} = 8 \text{ clavos de 4"}$$

$$e_{req} = \frac{n \times P_{dis} \times 2}{t_{cz,ef,m\acute{a}x}} = \frac{2 \times 58,8 \times 2}{37,9} = 6,2 \text{ cm} > e_{real} = 5 \text{ cm}$$

O.K.

vii) Verificación del entablado al pandeo: (Ver 3.3.2.)

$$P_c = \frac{t_{cz,ef,m\acute{a}x} \times x \times \cos \alpha}{2} = \frac{37,9 \times 17 \times 0,707}{2} = 227,8 \text{ Kg-f}$$

$$\text{Longitud de pandeo} = \ell_p = 2 \times a_1 / \sin \alpha = 2 \times 30 / 0,707 = 84,9 \text{ cm}$$

Si el espesor de la tabla es: 28 mm = 2,8 cm

$$i_{mfn} = \frac{2,8}{\sqrt{12}} = 0,81 \text{ cm}$$

$$\text{y la esbeltez: } \lambda = \frac{\ell_p}{i_{mfn}} = \frac{84,9}{0,81} = 105 < 170 \quad \text{O.K.}$$

$$B = \frac{4 \times E_{f,dis}}{C \times \lambda^2 \times F'_{cp,dis}} = \frac{4 \times 95.405}{0,80 \times 105^2 \times 95} = 0,455$$

$$A = \frac{B \times C \times (1 + \lambda/200) + 1}{2 \times C} = \frac{0,455 \times 0,80 \times (1 + 105/200) + 1}{2 \times 0,80} = 0,972$$

$$K_\lambda = A - \sqrt{A^2 - B} = 0,972 - \sqrt{0,972^2 - 0,455} = 0,272$$

$$\text{Tensión de trabajo: } f_{cp} = \frac{P_c}{S_t} = \frac{227,8}{2,8 \times 12} = 6,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{Tensión de diseño: } F_{cp,\lambda,dis} = K_\lambda \times F'_{cp,dis} = 0,272 \times 95 = 25,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$f_{cp} < F_{cp,\lambda,dis} \quad \text{O.K.}$$

viii) Deformación: Para H = 18%, se tiene:

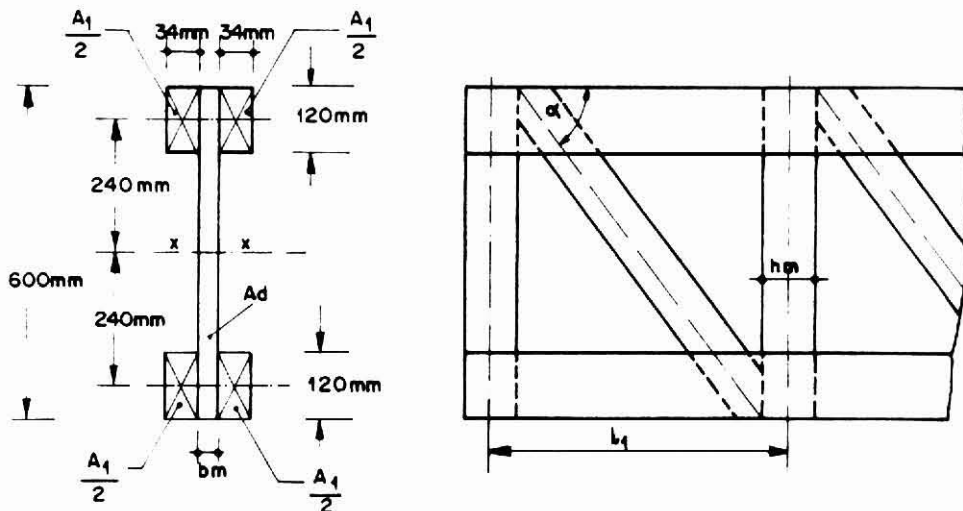
$$\delta_{c\acute{a}lc} = \frac{5 \times 499.230 \times \overline{860}^2}{48 \times 95.405 \times 195.148,8} = 2,1 \text{ cm} \approx \frac{L}{410}$$

$$\delta_{m\acute{a}x,adm} = \frac{L}{360} = 2,4 \quad (\text{Ver Tabla N}^\circ 40)$$

$$\frac{\delta_{c\acute{a}lc}}{\delta_{m\acute{a}x,adm}} = \frac{2,1}{2,4} = 0,88 < 1 \quad \text{O.K.}$$

PROBLEMA 23

Verificar las tensiones de la viga enrejada de la Figura, sabiendo que se usa Pino radiata, seco ($H = 15\%$), cepillado de Grado Estructural GS. La carga que actúa sobre ella es uniformemente repartida igual a 500 Kg/m.l. y tiene una duración de 10 años. La viga tiene su cordón comprimido, apoyado lateralmente cada $1,5 \text{ m.}$



Desarrollo

i) Tensiones de Diseño

Especie : Pino radiata

Estado de Humedad : Seco

Grupo Estructural : ES 5

Grado Estructural : GS

Luego la : Clase Estructural = F11 (ver Tabla N° 18 y Apéndice)

ITEM	SOLICITACIONES				MODULO DE ELASTICIDAD E_f	OBSERVACION
	Flexión F_f	Compresión Paralela F_{cp}	Tracción Paralela F_{tp}	Cizalle F_{cz}		
T. Admis.	11,0 MPa	8,3 MPa	6,6 MPa	1,05 MPa	10.270 MPa	F11 ($H = 12\%$)
K_H	0,9385	0,9385	0,9385	0,952	0,9556	Por humedad
K_D	1,0	1,0	1,0	1,0	-	Por duración de carga
T. Diseño	10,32 MPa	7,79 MPa	6,19 MPa	1,0 MPa	9.814 MPa	$H = 15\%$
T. Diseño	105,2 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	79,4 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	63,1 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	10,2 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	100.075 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	$H = 15\%$

ii) Propiedades Geométricas

$$b/2 = 34 \text{ mm} = 3,4 \text{ cm}$$

$$h_1 = 120 \text{ mm} = 12 \text{ cm}$$

$$A_1 = b \times h_1 = 81,6 \text{ cm}^2$$

$$h = 60 \text{ cm}$$

$$a_1 = h/2 - h_1/2 = 30 - 6 = 24 \text{ cm}$$

$$h_1/h = 12/60 \longrightarrow h_1 = 0,2 h > h/7$$

Por lo tanto se deben verificar las tensiones de flexión en los cordones paralelos.

iii) El Momento de Inercia Eficaz se calcula con:

$$k = \frac{x^2 \times E_f \times A_1 \times \ell_1}{L^2 \times C_{eq}}$$

en que :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \left[\frac{a_1}{E_f \times A_d \times \sin \alpha} + \frac{a_1 \times \sin^2 \alpha}{E_f \times A_m} + \frac{1}{C} \left(\frac{1}{n_d} + \frac{\sin^2 \alpha}{n_m} \right) \right]$$

en donde :

n_d, n_m = cantidad de elementos de unión requeridos para el traspaso de las fuerzas que solicitan las diagonales y montantes, respectivamente.

A_d, A_m = sección transversal de diagonales y montantes, respectivamente.

Se escogerán diagonales y montantes de 34 x 95 mm, por lo que :

$$h_d = h_m = 9,5 \text{ cm}$$

$$b_d = b_m = 3,4 \text{ cm}$$

$$A_d = A_m = 32,3 \text{ cm}^2$$

con : $\ell_1 = 50 \text{ cm}$ y $L = 300 \text{ cm}$

$$\alpha = \arctg \left(\frac{h}{(\ell_1 - h_m)} \right) = \arctg (1,4815)$$

$$\alpha = 55,98^\circ$$

Las uniones se materializarán con 6 clavos de 4" para cada elemento, trabajando en cizalle doble, es decir:

$$n_d = n_m = 6$$

y de Tabla N° 41 : $C = 900 \times 2 = 1.800 \text{ N/mm} = 1.835 \text{ Kg-f/cm}$

Por lo tanto :

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{0,313} \left[\frac{24}{100.075 \times 32,3 \times 0,829} + \frac{24 \times 0,687}{100.075 \times 32,3} + \frac{1}{1835} \left(\frac{1}{6} + \frac{0,687}{6} \right) \right]$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{0,313} (0,896 \times 10^{-5} + 0,510 \times 10^{-5} + 15,322 \times 10^{-5})$$

$$C_{eq} = 1.871 \text{ Kg/cm}$$

Luego :

$$k = \frac{\pi^2 \times E_f \times A_1 \times l_1}{L^2 \times C_{eq}} = \frac{\pi^2 \times 100.075 \times 81,6 \times 50}{300^2 \times 1871} = 23,93$$

$$\gamma = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1+23,93} = 0,0401$$

Con lo que :

$$I_{ef} = 2 \times b \times h_1 \times a_1^2 \left(\frac{h_1}{12 a_1^2} + \gamma \right) \quad (\text{Ver 3.2.5.1.})$$

$$I_{ef} = 2 \times 6,8 \times 12 \times 24^2 \left(\frac{12}{12 \times 24^2} + 0,0401 \right)$$

$$I_{ef} = 3932,73 \text{ cm}^4$$

iv) Verificaciones: (Ver Figura N° 19)

Por flexión en borde de cordones. (Ver 3.2.3.2. Tipo 3).

$$f_{f,b_1} = \frac{M_{\max}}{I_{ef}} \left(\gamma \times a_1 + \frac{h_1}{2} \right)$$

$$f_{f,b_1} = \frac{56250}{3932,73} (0,0401 \times 24 + 6) = 99,6 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{f,dis} = 105,2 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{f,b_1}}{F_{f,dis}} = \frac{99,6}{105,2} = 0,95 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

Por compresión axial en el Centro de Gravedad del cordón comprimido:

$$f_{cp,g_1} = \frac{M}{I_{ef}} \times \gamma \times a_1$$

$$f_{cp,g_1} = \frac{56250}{3932,73} \times 0,0401 \times 24 = 13,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Pero : l_p = longitud de pandeo de cordón comprimido = 150 cm.

$$I_{mfn} = h_1 \times \frac{(b + b_m)^3}{12} - \frac{h_1 \times b_m^3}{12} = \frac{12 \times (6,8 + 3,4)^3}{12} - \frac{12 \times 3,4^3}{12}$$

$$I_{mfn} = 1061,21 - 39,30 = 1021,91 \text{ cm}^4$$

$$S_t = A_1 = 81,6 \text{ cm}^2$$

$$i_{mfn} = \sqrt{\frac{I_{mfn}}{S_t}} = \sqrt{\frac{1021,91}{81,6}} = 3,5 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{mfn}} = \frac{150}{3,5} = 43 \rightarrow \begin{cases} B = \frac{4 \times E_{f,dis}}{c \times \lambda^2 \times F'_{cp,dis}} = \frac{4 \times 100.075}{0,80 \times 43^2 \times 79,4} = 3,408 \\ A = \frac{B \times C (1 + \lambda/200) + 1}{2 \times C} = \frac{3,408 \times 0,8 (1 + 43/200) + 1}{2 \times 0,8} \\ A = 2,695 \end{cases}$$

$$K_{\lambda} = A - \sqrt{A^2 - B} = 2,695 - \sqrt{2,695^2 - 3,408} = 0,731$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = K_{\lambda} \times F'_{cp,dis} = 0,731 \times 79,4 = 58,0 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp,g_1}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{13,8}{58,0} < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

Por tracción axial en el Centro de Gravedad del cordón traccionado :

$$f_{tp,g_1} = \frac{M}{I_{ef}} \times \gamma \times a_1 = 13,8 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{tp,dis} = 63,1 \text{ Kg-f/cm}^2 > f_{tp,g_1} \quad \text{O.K.}$$

$$\frac{f_{g,t_1}}{F_{tp,dis}} = \frac{13,8}{63,1} < 1,0 \quad \text{O.K.}$$



PROBLEMA 24

Un pilar debe resistir una carga vertical de 500 Kg. Si su altura es 2 metros y está rotulado en ambos extremos. ¿Cuál es la es cuadría necesaria al usar Pino radiata aserrado, Grado Estructural GS, con un contenido de humedad igual al 12%, si necesariamente debe tener una di mensión igual a 100 mm en su sección transversal?.

La duración de la carga es 10 años y solicita la pieza en forma centrada con respecto a su eje.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño:

Grupo Estructural (Pino radiata - seco) : ES 5 (ver Tabla N° 15)

Grado Estructural : GS

Clase Estructural : F 11 (ver Tabla N° 18 y Apéndice)

ITEM	SOLICITACIONES		OBSERVACIONES
	Compresión Paralela	E_f	
T. Admisibles (F11)	8,3 MPa	10.270 MPa	H = 12% (de Tabla N° 18) Por duración de carga Por humedad
K_D	1,0	-	
K_H	1,0	1,0	
T. de Diseño	8,3 MPa	10.270 MPa	H = 12%
T. de Diseño	84,6 Kg-f/cm ²	104.725 Kg-f/cm ²	H = 12%

b) Determinación de la Escuadría:

Longitud de pandeo = l_p = 200 cm

Esbeltez : $\lambda \leq 170$ con $\lambda = \frac{l_p}{i_{\min}}$

Luego : $i_{\min} \geq \frac{200}{170} = 1,18 \text{ cm}$



De Tabla N° 32 se tiene $i_{mfn} = 1,30$ cm para sección 45×100 mm, cuya sección transversal es: $A = 45$ cm².

Al corregir por la contracción desde $H = 20\%$ a $H = 12\%$,

se tiene: $i_{12} = i_{20} \times C_T$ (Ver Tabla N° 34)

$$i_{mfn} = 1,30 \times 0,9768$$

$$i_{mfn} = 1,27 \text{ cm}$$

$$A_{12} = C_T \times C_R \times A_{20} = 0,9768 \times 0,984 \times 45$$

$$A = 43,25 \text{ cm}^2$$

c) Verificación:

$$\text{Con esbeltez real} = \lambda = \frac{l_p}{i_{mfn}} = \frac{200}{1,27} = 157$$

$$B = \frac{4 \times E_f}{c \times \lambda^2 \times F'_{cp,dis}} = \frac{4 \times 104.725}{0,8 \times 157^2 \times 84,6} = 0,251$$

$$A = \frac{B \times C \times (1 + \lambda/200) + 1}{2 \times c} = \frac{0,251 \times 0,8 (1 + 157/200) + 1}{2 \times 0,8} = 0,849$$

$$K_\lambda = A - \sqrt{A^2 - B} = 0,849 - \sqrt{0,849^2 - 0,251} = 0,164$$

$$\text{Tensión de Diseño} : F_{cp,\lambda,dis} = K_\lambda \times F_{cp,dis} = 0,164 \times 84,6$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 13,9 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{Tensión de Trabajo} : f_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{500}{43,25} = 11,6 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{Luego} : \frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{11,6}{13,9} = 0,83 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

RESPUESTA : La escuadría necesaria es: 45×100 mm, dimensiones para $H = 20\%$.

PROBLEMA 25

Diseñar un pilar para una carga de 3.000 Kg, cuya dimensión mínima en la sección transversal debe ser 75 mm. Especie: Roble aserrado, Grado Estructural N° 2, contenido de humedad: 20%, un extremo rotulado y el otro empotrado; duración de la carga: 30 años; altura del pilar: 2 metros.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño:

Grupo Estructural (Roble - seco) : ES 4 (ver Tabla N° 15)

Grado Estructural : N° 2

Clase Estructural : F 17 (de Tabla N° 21)

I T E M	S O L I C I T A C I O N E S		O B S E R V A C I O N E S
	Compresión Paralela	E_f	
T. Admisibles (F17)	13,0 MPa	10.600 MPa	H = 12% (de Tabla N° 18)
K_H	0,836	0,8816	Por humedad
K_D	0,965	-	Por duración de carga
T. de Diseño	10,49 MPa	9.344,96 MPa	H = 20%
T. de Diseño	106,9 Kg-f/cm ²	95.292 Kg-f/cm ²	H = 20%

b) Determinación de la Es cuadría:

Longitud de pandeo = $\ell_p = 0,85 L = 0,85 \times 200 \text{ cm}$ (Ver Tabla N° 44)

$$\ell_p = 170 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{\ell_p}{i_{mfn}} \leq 170 \quad (\text{para elementos principales})$$

$$i_{mfn} = \frac{b}{\sqrt{12}} = \frac{7,5}{\sqrt{12}} = 2,17 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{170}{2,17} = 78,34$$

$$\text{Luego : } B = \frac{4 \times 95.292}{0,85 \times 78,34^2 \times 106,94} = 0,683$$

$$A = \frac{0,683 \times 0,85 \left(1 + \frac{78,34}{200} \right) + 1}{2 \times 0,85} = 1,064$$

$$K_{\lambda} = 0,394 \quad (\text{Ver 3.3.2.2.ii})$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = F_{cp,dis} \times K_{\lambda}$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 106,9 \times 0,394 = 42,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{Pero debe cumplirse : } \frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} \leq 1$$

$$\text{Con : } f_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{3.000}{7,5 \times h} = \frac{400}{h} \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 42,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{Luego : } \frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{400}{42,1 \times h} < 1,0$$

$$\text{Con lo que : } h > 9,49 \text{ cm}$$

$$h = 10 \text{ cm} \quad (\text{Ver Tabla N}^{\circ} 28)$$

RESPUESTA : La sección transversal para H = 20% será de 75 x 100 mm (madera aserrada).

PROBLEMA 26

¿Qué carga (duración : 1 mes) puede soportar un pilar de Pino radiata, en estado verde, aserrado, con Grado Estructural N° 4, de 100 x 100 mm y con una altura de 3,2 m, si está rotulado en ambos extremos?.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño:

Grupo Estructural (Pino radiata-verde) : E 6 (ver Tabla N° 15)

Grado Estructural : N° 4

Clase Estructural : F 4 (de Tabla N° 20)

ITEM	SOLICITACIONES		OBSERVACIONES
	Compresión Paralela	E_f	
T. Admisibles (F4) K_D	3,3 MPa 1,175	5.000 MPa -	Est. verde (de Tabla N° 18) Por duración de carga
T. de Diseño T. de Diseño	3,88 MPa 39,5 Kg-f/cm²	5.000 MPa 50.986 Kg-f/cm²	Estado verde Estado verde

b) Escuadría y Propiedades Geométricas:

Aceptamos humedad de construcción (H_c) y de servicio (H_s), mayor que 20%, por lo cual y de acuerdo con Tabla N° 30, se deben usar las dimensiones nominales establecidas para $H = 20\%$ en la NCh 174/1.

Por lo anterior, no hay corrección de las dimensiones 100 x 100 mm.

$$i_{mfn} = 2,89 \text{ cm}$$

$$A = 100 \text{ cm}^2 \quad (\text{de Tabla N° 32})$$

c) Carga Máxima Admisible:

$$l_p = 320 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{l_p}{i_{\min}} = \frac{320}{2,89} = 110,7$$

Para Grado Estructural N° 4 : $c = 0,80$

$$\begin{aligned} \text{Luego} \quad & : \quad A = 1,033 \\ & \quad B = 0,526 \\ & \quad K_\lambda = 0,297 \quad (\text{Ver } 3.3.2.2.ii) \end{aligned}$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = K_\lambda \times F_{cp,dis} = 0,297 \times 39,5$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 11,7 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{De} \quad : \quad \frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} \leq 1$$

$$\text{Aceptamos} \quad : \quad f_{cp} = F_{cp,\lambda,dis}$$

$$\text{Luego} \quad : \quad \frac{P}{A} = F_{cp,\lambda,dis}$$

$$\frac{P}{100} = 11,7$$

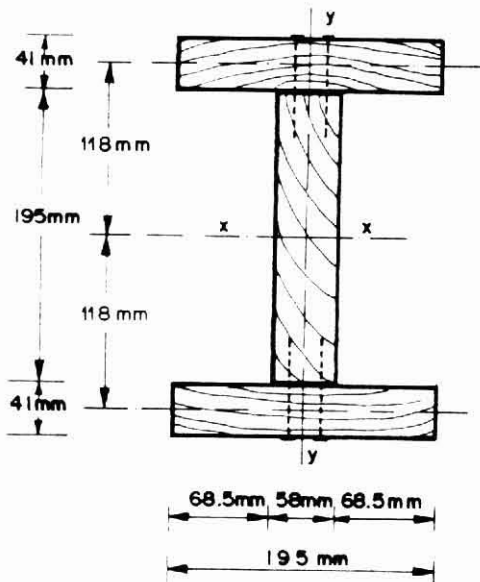
$$\text{De donde} \quad : \quad P = 11,7 \times 100 = 1.170 \text{ Kg}$$

RESPUESTA : El pilar puede soportar una carga de 1,17 Ton durante un mes.

PROBLEMA 27

Verificar la columna de la Figura, fabricada con Pino radiata, Grado Estructural GS, construida con madera a un contenido de humedad de 18% y que en servicio se espera llegue a una humedad de 15%.

La carga de servicio es 9 Ton y tiene una duración de 10 años. La longitud de pandeo de la columna es 400 cm.



Clavos usados:

longitud : 4"

diámetro : $d_c = 0,419 \text{ cm}$

distribución : 2 clavos

Con : $e' = 15 \text{ cm}$

Siendo e' = espaciamento medio de los elementos de unión, suponiendo una disposición en una misma hilera.

C = módulo de corrimiento = 600 N/mm
(Tabla Nº 41) = 612 Kg/cm.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño:

Grupo Estructural (Pino radiata - Seco) : ES 5

Grado Estructural : GS

Clase Estructural : F 11

ITEM	SOLICITACIONES					OBSERVACION
	Flexión	Compresión Paralela	Tracción Paralela	Cizalle	E_f	
T. Adm. (F11)	11,0 MPa	8,3 MPa	6,6 MPa	1,05 MPa	10.270 MPa	H = 12%
K_D	1,0	1,0	1,0	1,0	-	Duración carga
K_H ($\Delta H = 6\%$)	0,877	0,877	0,877	0,904	0,9112	Por humedad (Ver Fig. Nº 8)
K_λ	-	α	-	-	-	Por esbeltez
T. de Diseño	9,65 MPa	7,28 α MPa	5,79 MPa	0,949 MPa	9.358 MPa	H = 18%
T. de Diseño	98,4 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	74,2 $\alpha \frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	59,0 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	9,7 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	95.426 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	H = 18%

b) Geometría:

$$h_1 = 41 \text{ mm} = 4,1 \text{ cm}$$

$$b_1 = 195 \text{ mm} = 19,5 \text{ cm}$$

$$a_1 = 118 \text{ mm} = 11,8 \text{ cm}$$

$$A_1 = 79,95 \text{ cm}^2$$

$$h_2 = 195 \text{ mm} = 19,5 \text{ cm}$$

$$b_2 = 58 \text{ mm} = 5,8 \text{ cm}$$

$$A_2 = 113,1 \text{ cm}^2$$

$$A = 2 A_1 + A_2 = 273 \text{ cm}^2$$

Las dimensiones nominales dadas son para $H = 20\%$ (NCh 174/1); las dimensiones para: $H_C = 18\%$ y $H_S = 15\%$, se obtienen de acuerdo a Tabla N° 30 con las dimensiones establecidas para $H = 20\%$ y la adecuada consideración de la contracción habida entre 20% y 12% .

Se aceptará el caso más desfavorable: piezas floreadas, es decir, la mayor dimensión de la pieza tiene un corte tangencial.

Luego :

$$h_1 = 4,1 \times C_R = 4,1 \times 0,9840 = 4,03 \text{ cm} \quad (\text{Ver Tabla N° 31})$$

$$b_1 = 19,5 \times C_T = 19,5 \times 0,9768 = 19,05 \text{ cm}$$

$$h_2 = 19,5 \times C_T = 19,5 \times 0,9768 = 19,05 \text{ cm}$$

$$b_2 = 5,8 \times C_R = 5,8 \times 0,9840 = 5,71 \text{ cm}$$

$$a_1 = \frac{h_2}{2} + \frac{h_1}{2} = \frac{19,05 + 4,03}{2} = 11,54 \text{ cm}$$

Con estas correcciones por contracción, las áreas resultan:

$$A_1 = 4,03 \times 19,05 = 76,8 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 19,05 \times 5,71 = 108,8 \text{ cm}^2$$

$$A = 2 A_1 + A_2 = 262,4 \text{ cm}^2$$

Luego : existe una pérdida de área del orden del 4% .

c) Momentos de Inercia:

Según $Y - Y$:

$$I_y = \frac{1}{12} (2 \times h_1 \times b_1^3 + h_2 \times b_2^3) = \frac{1}{12} (2 \times 4,03 \times \overline{19,05^3} + 19,05 \times \overline{5,71^3})$$

$$I_y = 4939,0 \text{ cm}^4$$

$$i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{4939}{262,4}} = 4,34 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \frac{L_p}{i_y} = \frac{400}{4,34} = 92,2$$

Según X - X :

Momento de Inercia Eficaz : I_{ef}

$$k = \frac{\pi^2 \times E_f \times A_1 \times e'}{L_p^2 \times C}$$

Con : $E_f = 10.270 \text{ MPa}$: (En 3.2.3.3. se señala que para el cálculo de k , E_f y C no debe afectarse por humedad)

$$k = \frac{\pi^2 \times 10.270 \times 10,197 \times 76,8 \times 15}{400^2 \times 612} = 12,16$$

$$\gamma = \frac{1}{1 + k} = \frac{1}{1 + 12,16} = 0,076$$

$$\text{Pero : } I_{ef} = \sum_{i=1}^n I_i + \gamma \sum_{i=1}^n (A_i \times a_i^2)$$

$$\text{Luego : } I_{ef} = 2 \times \frac{1}{12} \times 19,05 \times 4,03^3 + \frac{1}{12} \times 5,71 \times 19,05^3 + 0,076 (2 \times 76,80 \times 11,54^2)$$

$$I_{ef} = 207,8 + 3289,6 + 1554,6 = 5052,0 \text{ cm}^4$$

Con : $A = 262,4 \text{ cm}^2$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_{ef}}{A}} = \sqrt{\frac{5052}{262,4}} = 4,39 \text{ cm}$$

$$\lambda_{x,ef} = \frac{l_p}{i_{x,ef}} = \frac{400}{4,39} = 91,1$$

d) Verificaciones:

$$\text{Tensión de Trabajo : } f_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{9.000}{262,4} = 34,3 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\text{Tensiones de Diseño : } F_{cp,\lambda,dis} = 74,2 \times K_\lambda$$

$$\text{Para EJE X - X : Con } \lambda_{x,ef} = 91,1$$

$$B = \frac{4 \times E_f}{c \times \lambda^2 \times F'_{cp,dis}} = \frac{4 \times 95.426}{0,80 \times 91,1^2 \times 74,2} = 0,775$$

$$A = \frac{B \times C (1 + \lambda/200) + 1}{2 \times C} = \frac{0,775 \times 0,8 (1 + 91,1/200) + 1}{2 \times 0,8} = 1,189$$

$$K_\lambda = A - \sqrt{A^2 - B} = 1,189 - \sqrt{1,189^2 - 0,775} = 0,39$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 74,2 \times 0,39 = 28,9 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{34,3}{28,9} = 1,19 > 1,0$$

$$\text{Para EJE Y - Y : Con } \lambda_y = 92$$

$$B = \left(\frac{91,1}{92}\right)^2 \times 0,775 = 0,76$$

$$A = \frac{0,76 \times 0,8 \times (1 + 92/200) + 1}{2 \times 0,8} = 1,1798$$

$$K_\lambda = 1,1798 - \sqrt{1,1798^2 - 0,76} = 0,385$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 74,2 \times 0,385 = 28,6 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{34,3}{28,6} = 1,20 > 1,0$$

Conclusión : Se deben considerar dimensiones mayores.

e) Uniones:

Esfuerzo de corte :

$$Q = \frac{P}{K_{\lambda,ef} \times 60}$$

$$Q = \frac{9.000}{0,39 \times 60} = 385 \text{ Kg-f}$$

(como $\lambda_{x,ef} > 60$ no hay reducción de Q).

Flujo de cizalle :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x} \times \gamma \times S_1}{I_{ef}}$$

Pero : $S_1 = A_1 \times a_1 = 76,8 \times 11,54 = 886,3 \text{ cm}^3$

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{385,0 \times 0,076 \times 886,3}{5052} = 5,1 \text{ Kg-f/cm}$$

Distancia entre clavos:

$$e_{req} = \frac{n \times P_{dis}}{t_{cz,ef,m\acute{a}x}}$$

Con : $n = 2$ (Hileras de disposición de los elementos de unión)

$P_{dis} = 45,3 \text{ Kg}$ (cizalle simple de clavos de 4")

$$e_{req} = \frac{2 \times 45,3}{5,1} = 17,8 \text{ cm} > e_{real} \quad \text{O.K.}$$

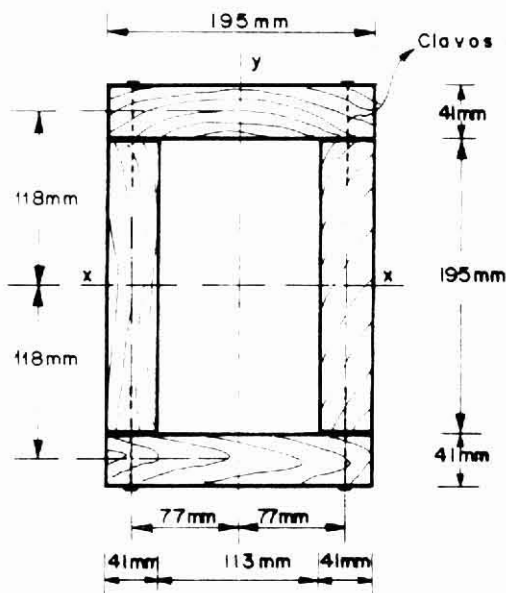
PROBLEMA 28

Verificar la columna de la Figura, usando las mismas especificaciones de material y servicio del Problema N° 27.

La carga de servicio es 14 Ton, con una duración de 10 años. La longitud de pandeo de la columna es 400 cm.

Clavos usados : 4" (dos hileras con espaciamiento de $e = 3,8$ cm).

Según Tabla N° 41: Módulo de corrimiento:



$$C = 600 \text{ N/mm} = 612 \text{ Kg/cm (Eje X-X)}$$

$$C = 900 \text{ N/mm} = 918 \text{ Kg/cm (Eje Y-Y)}$$

$$\text{Clavos de 4"}: P_{dis} = 45,3 \text{ Kg (Cizalle simple)}$$

$$l_D = 400 \text{ cm}$$

$$e' = \text{espaciamiento medio} = \frac{e}{2} \\ (\text{Ver Figura N° 76})$$

$$e' = \frac{3,8}{2} = 1,9 \text{ cm}$$

Desarrollo

a) Geometría: Ver Problema N° 27.

b) Momentos de Inercia:

Según EJE X - X :

$$k = \frac{\pi^2 \times 10.270 \times 10.197 \times 76,8 \times 1,9}{400^2 \times 612} = 1,54$$

$$\gamma = \frac{1}{1+k} = \frac{1}{1+1,54} = 0,394$$

$$I_{ef} = 2 \times \frac{1}{12} (19,05 \times \overline{4,03^3} + 4,03 \times \overline{19,05^3}) + 0,394 (2 \times 76,80 \times \overline{11,54^3})$$

$$I_{ef} = 4851,2 + 8059,3 = 12910,5 \text{ cm}^4$$

$$A = 2 (4,03 \times 19,05 + 4,03 \times 19,05) = 307,1 \text{ cm}^2$$

$$i_{x,ef} = \sqrt{\frac{I_{ef}}{A}} = \sqrt{\frac{12910,5}{307,1}} = 6,48 \text{ cm}$$

$$\lambda_{x,ef} = \frac{l_p}{i_{x,ef}} = \frac{400}{6,48} = 61,7 \approx 62$$

$$B = \frac{4 \times 95.426}{0,8 \times \overline{62^2} \times 74,2} = 1,673$$

$$A = \frac{1,673 \times 0,8 (1 + 62/200) + 1}{2 \times 0,8} = 1,721$$

$$K_{\lambda,x} = A - \sqrt{A^2 - B} = 1,721 - \sqrt{1,721^2 - 1,673} = 0,586$$

Según EJE Y - Y :

$$k = \frac{\pi^2 \times 10.270 \times 10,197 \times 76,8 \times 1,9}{\overline{400^2} \times 918} = 1,027$$

$$\gamma = \frac{1}{1+1,027} = 0,493$$

$$I_{ef} = 2 \times \frac{1}{12} (4,03 \times \overline{19,05^3} + 19,05 \times \overline{4,03^3}) + 0,493 (2 \times 76,80 \times \overline{11,54^3})$$

$$I_{ef} = 4851,2 + 10.084,4 = 14.935,6 \text{ cm}^4$$



$$i_{y,ef} = \sqrt{\frac{14.935,6}{307,1}} = 6,97 \text{ cm}$$

$$\lambda_{y,ef} = \frac{400}{6,97} = 57,4 \approx 57$$

$$B = 1,673 \left(\frac{62}{57}\right)^2 = 1,979$$

$$A = \frac{1,979 \times 0,8 \times (1 + 57/200)^2 + 1}{2 \times 0,8} = 1,896$$

$$K_{\lambda,y} = 1,896 - \sqrt{1,896^2 - 1,979} = 0,624$$

c) Verificaciones:

Tensión de Trabajo :

$$f_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{14.000}{307,1} = 45,6 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Tensión de Diseño : (Ver Tabla de Tensión de Diseño, Problema Nº 27)

Según EJE X - X :

$$F_{cp,\lambda,dis} = 74,2 \times K_{\lambda,x} = 43,5 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{45,6}{43,5} = 1,05 \approx 1,0 \quad \text{O.K.}$$

Según EJE Y - Y :

$$F_{cp,\lambda,dis} = 74,2 \times K_{\lambda,y} = 74,2 \times 0,624 = 46,3 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = 0,98 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$



d) Uniones:

Esfuerzo de corte :

$$Q = \frac{P}{K_{\lambda,ef} \times 60}$$

(Si $\lambda_{x,ef}$; $\lambda_{y,ef}$ son menores que 60, hay reducción de Q).

$$Q = \frac{14.000}{60} = 233 \text{ Kg}$$

Según X - X: $\lambda_{x,ef} > 60$ $Q = 233 \text{ Kg}$

Según Y - Y: $Q = 233 \times \frac{\lambda_{y,ef}}{60} = 233 \times \frac{57}{60} = 221 \text{ Kg}$

Flujo de cizalle :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{Q_{m\acute{a}x} \times \gamma \times S_1}{I_{ef}}$$

Pero : $S_1 = A_1 \times a_1 = 76,8 \times 11,54 = 886,3 \text{ cm}^3$

Para EJE Y - Y :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{221 \times 0,493 \times 886,3}{14935,6} = 6,5 \text{ Kg-f/cm}$$

Distancia entre clavos:

$$e_{req} = \frac{n \times P_{dis}}{t_{cz,ef,m\acute{a}x}} = \frac{2 \times 45,3}{6,5} = 13,9 \text{ cm} > e_{real} = 3,8 \text{ cm} \quad \text{O.K.}$$

Para EJE X - X :

$$t_{cz,ef,m\acute{a}x} = \frac{233 \times 0,394 \times 886,3}{12910,5} = 6,3 \text{ Kg-f/cm}$$

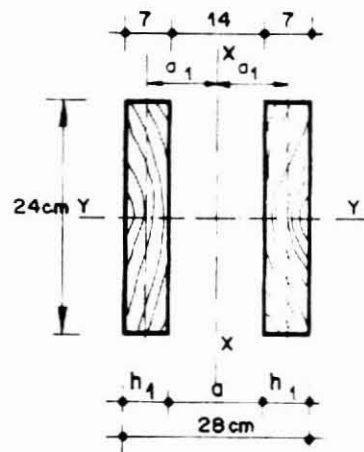
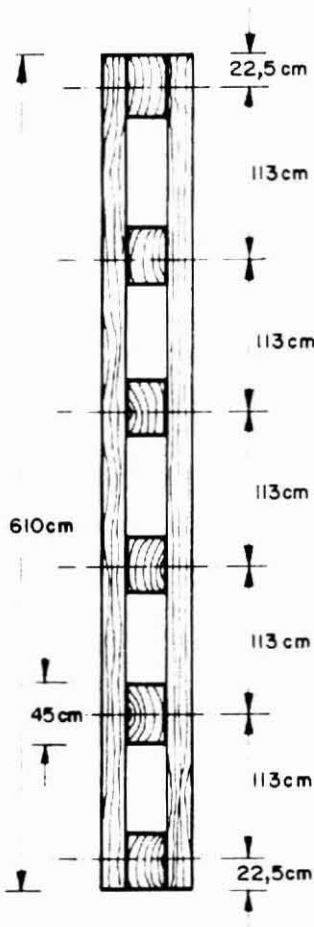
$$e_{req} = \frac{2 \times 45,3}{6,3} = 14,4 \text{ cm} > e_{real} = 3,8 \text{ cm} \quad \text{O.K.}$$

NOTA: Se podría ajustar separando más los clavos.

PROBLEMA 29

Verificar las condiciones geométricas y determinar la carga normal (10 años) que puede resistir la columna compuesta, con tacos encolados (TIPO A de la Figura N° 22), rotulada en los dos extremos, si se usa Ulmo, Grado Estructural N° 1, elaborado, seco ($H = 12\%$). La columna tiene 4 tacos separadores intermedios y dos en los extremos. Longitud total de la columna: $L = 610$ cm.

Las dimensiones de los tacos separadores (extremos y medios) son: $14 \times 24 \times 45$ cm.



Desarrollo

$$L_{p,x} = L_{p,y} = 610 \text{ cm} = \text{longitud de pandeo.}$$

i) Condiciones geométricas

- Razón de espaciamiento :

$$a/h_1 = 14/7 = 2 \leq 3 \quad \text{O.K.}$$

- Longitud de tacos separadores:

$$45 \text{ cm} \geq 2a = 28 \text{ cm} \quad \text{O.K.}$$

- l_{p_1} = distancia entre tacos =

$$= 113 < \frac{L_{p,x}}{3} = \frac{610}{3} = 203,3 \quad \text{O.K.}$$

ii) Propiedades para la verificación del pandeo

Según EJE X - X

Se usará la esbeltez eficaz: $\lambda_{ef,x} = \sqrt{\lambda_x^2 + \frac{\pi}{2} \times \Psi \times \lambda_1^2}$

En que :

$$I_x = \frac{1}{12} (\overline{28}^3 - \overline{14}^3) \times 24 = 38.416 \text{ cm}^4$$

$$\Sigma S_t = 2 \times 7 \times 24 = 336 \text{ cm}^2$$

$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{\Sigma S_t}} = \sqrt{\frac{38.416}{336}} = 10,7 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{L_{p,x}}{i_x} = \frac{610}{10,7} = 57 < 170 \quad \text{O.K.}$$

$\lambda_1 = \frac{l_{p_1}}{i_1}$ = esbeltez de la pieza individual, medida entre uniones transversales y evaluada respecto a su eje principal menor.

Con : $l_{p_1} = 113 \text{ cm}$ (medido entre centros de uniones transversales).

$$I_{1,mfn} = \frac{24 \times \overline{7}^3}{12} = 686 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = 7 \times 24 = 168 \text{ cm}^2$$

$$i_1 = \sqrt{\frac{686}{168}} = 2,02 \text{ cm}$$

$$\lambda_1 = \frac{l_{p_1}}{i_1} = \frac{113}{2,02} = 55,9 < 60 \quad \text{O.K.}$$

Además : $m = 2$ = número de piezas individuales que conforman la sección transversal.

$\Psi = 1,0$ = factor de flexibilidad que depende de la materialización de la unión transversal entre piezas individuales, (ver Tabla N° 45).

$$\lambda_{ef,x} = \sqrt{57^2 + \frac{2}{2} \times 1,0 \times 55,9^2} = 79,8 < 170 \quad \text{O.K.}$$

Según EJE Y - Y

$$I_y = \frac{2 \times 7 \times 24^3}{12} = 16.128 \text{ cm}^4$$

$$\Sigma S_t = 336 \text{ cm}^2$$

$$i_y = \sqrt{\frac{16.128}{336}} = 6,9 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \frac{L_{p,y}}{i_y} = \frac{610}{6,9} = 88,4 < 170 \quad \text{O.K.}$$

iii) Tensiones de Diseño

Especie : Ulmo Grado Estructural (RR = 0,75): N° 1
 Estado de la madera : Seco (H = 12%) Clase Estructural : F 22
 Grupo Estructural.. : ES 4

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACIONES
	Compresión Paralela	Cizalle	E_f	
T. Admisibles	16,5 MPa	1,7 MPa	12.600 MPa	F 22
K_D	1,0	1,0	-	Por duración de la carga
K_H	1,0	1,0	1,0	Por corrección de humedad
$K_{\lambda,x}$	0,349	-	-	Con: $\lambda_{x,ef} = 79,8$
$K_{\lambda,y}$	0,298	-	-	Con: $\lambda_y = 88,4$
T. de Diseño	5,76 MPa 4,92 MPa	1,73 MPa	12.600 MPa	Para EJE X - X Para EJE Y - Y
T. de Diseño	58,7 Kg-f/cm ² 50,2 Kg-f/cm ²	17,6 Kg-f/cm ²	128.485 Kg-f/cm ²	Para EJE X - X Para EJE Y - Y

iv) Tensiones de Trabajo

$$f_{cp} = \frac{P}{\Sigma S_t} = \frac{P}{336} \text{ Kg-f/cm}^2$$

v) Carga Máxima Resistida por la Columna

Aceptando :

$$f_{cp} = F_{cp,\lambda,dis}$$

Se obtiene para EJE X - X

$$\frac{P}{336} = 58,7$$

$$P = 19.723 \text{ Kg-f}$$

para EJE Y - Y

$$\frac{P}{336} = 50,2$$

$$P = 16.867 \text{ Kg-f}$$

RESPUESTA : La columna es capaz de resistir 16,8 Ton.

vi) Verificación por Esfuerzo de Corte

$$Q_i = \frac{N}{60 \times K_{\lambda,ef}} = \frac{16.800}{60 \times 0,349} = 802,3 \text{ Kg}$$

La fuerza de cizalle (T), de acuerdo a Figura N° 22 A es :

$$T = \frac{Q_i \times l_{p1}}{2a_1} = \frac{802,3 \times 113}{2 \times 10,5} = 4317 \text{ Kg-f}$$

en donde :

$$a_1 = (14 + 2 \times 3,5)/2 = 10,5 \text{ cm}$$

$$f_{cz} = \frac{1,5 \text{ T}}{S_{t,taco}} = \frac{1,5 \times 4317}{45 \times 24} = 6,0 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Pero :

$$F_{cz,dis} = 17,3 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Luego :

$$\frac{f_{cz}}{F_{cz,dis}} = \frac{6,0}{17,3} = 0,35 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

vii) Verificación de la Unión Encolada

$$T_{dis,encol} = F_{cz,dis,enc} \times 45 \times 24$$

Con :

$$F_{cz,dis,enc} = 35 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad (\text{valor mínimo exigido en NCh 2148})$$

$$T_{dis,encol} = (35 \times 45 \times 24) \times 2 = 75,6 \text{ Ton}$$

$$T_{dis,encol} > T = 6,4 \text{ Ton}$$

O.K.

PROBLEMA 30

Diseñar una columna compuesta con las siguientes características :

- Altura total de la columna : 300 cm
- Rotulada en ambos extremos
- Carga aplicada : 1.600 Kg (10 años)
- Especie : Pino radiata
- Grado Estructural : GS
- Elaboración : Cepillado
- Contenido de humedad : 15%
- Tacos con pernos

Desarrollo

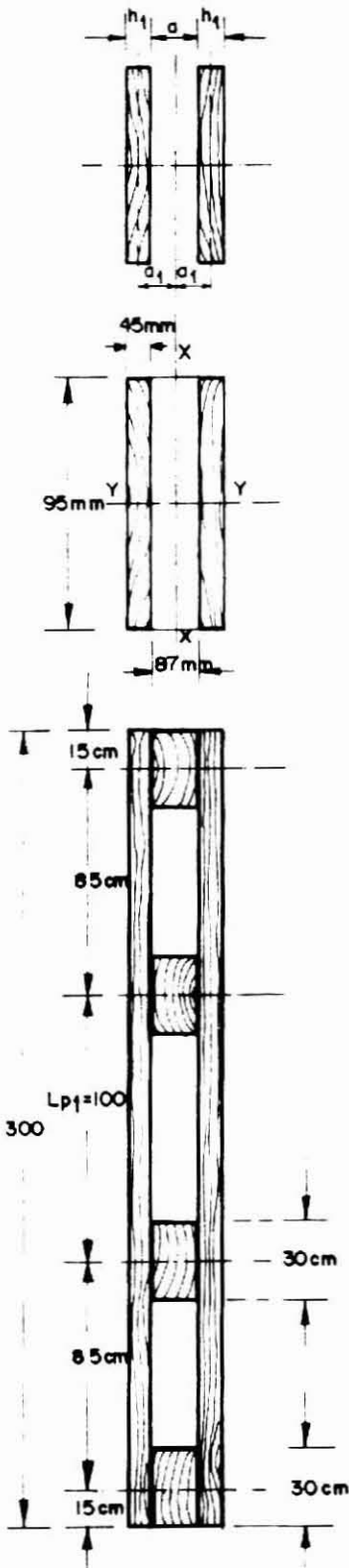
Especie : Pino insignie
 Estado de la madera : Seco
 Grupo Estructural : ES 5
 Grado Estructural : GS
 Clase Estructural : F 11

i) Tensiones de Diseño

ITEM	SOLICITACIONES *		OBSERVACIONES
	Compresión Paralela	Cizalle	
T. Admisibles	8,3 MPa	1,05 MPa	F11 (ver Apéndice)
K_D	1,0	1,0	Duración carga
K_H	0,9385	0,952	Correcc. humedad
$K_{\lambda, x}$	α	-	Para EJE X - X
$K_{\lambda, y}$	β	-	Para EJE Y - Y
T. de Diseño	7,79 α MPa	1,0 MPa	Para EJE X - X
	7,79 β MPa		Para EJE Y - Y
T. de Diseño	79,4 α Kg-f/cm ²	10,2 Kg-f/cm ²	Para EJE X - X
	79,4 β Kg-f/cm ²		Para EJE Y - Y

* $E_f = 104.725 \times K_H = 104.725 \times 0,9556 = 100.075 \text{ Kg-f/cm}^2$.

ii) Diseño Geométrico de la Columna



- $L_{p,y} = L_{p,x} = 300 \text{ cm}$

- Se tomará una razón de espaciamiento:

$$a/h_1 = 1,93 < 3$$

- Si se usa un espesor de pieza:

$$h_1 = 45 \text{ mm} = 4,5 \text{ cm}$$

se tiene que:

$$a = 87 \text{ mm} = 8,7 \text{ cm}$$

- Se probará con un ancho de pieza constituyente igual a 95 mm. La sección transversal a probar será la de la Figura adjunta.

- Distancia entre tacos separadores $\delta_t \leq \frac{L_p}{3}$

$$\frac{L_p}{3} = \frac{300}{3} = 100 \text{ cm} = \ell_{p,1}$$

- Longitud de tacos separadores $\ell_t \geq 2a$

$$2a = 2 \times 87 = 174 \text{ mm}$$

se tomará $\ell_t = 300 \text{ mm} = 30 \text{ cm} > 17,4 \text{ cm}$

iii) Propiedades para la Verificación del Pandeo

Según EJE X - X

$$\lambda_{x,ef} = \sqrt{\lambda_x^2 + \frac{m}{2} \times \pi^2 \times \lambda_1^2}$$

Pero :

$$I_x = \frac{9,5}{12} (\overline{17,7}^3 - \overline{8,7}^3) = 3867 \text{ cm}^4$$

$$\Sigma S_t = 2 \times 4,5 \times 9,5 = 85,5 \text{ cm}^2$$

$$i_x = \sqrt{\frac{3867}{85,5}} = 6,7 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{L_{p,x}}{i_x} = \frac{300}{6,7} = 44,8 < 170 \quad \text{O.K.}$$

$$I_{1,mfn} = \frac{9,5 \times \overline{4,5}^3}{12} = 72,1 \text{ cm}^4$$

$$S_{t,1} = 4,5 \times 9,5 = 42,75 \text{ cm}^2$$

$$i_1 = \sqrt{\frac{72,1}{42,75}} = 1,3 \text{ cm}$$

$$\lambda_1 = \frac{L_{p,1}}{i_1} = \frac{100}{1,3} = 76,9 > 60 \quad \text{¡NO!}$$

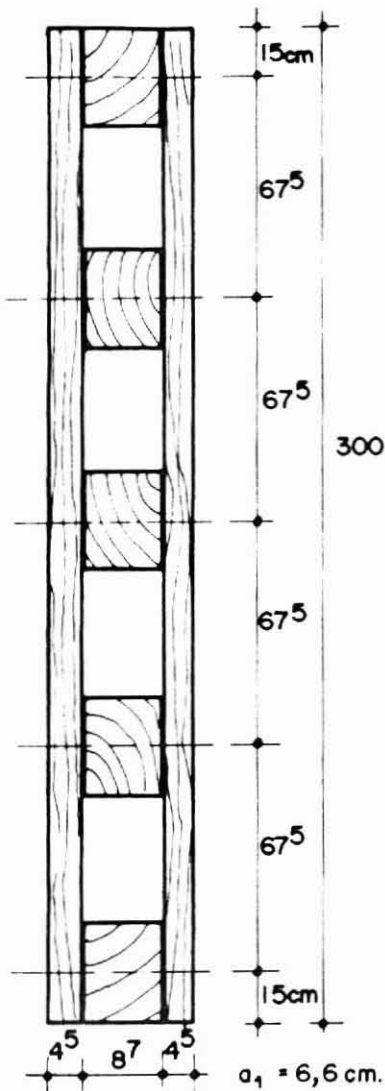
- Se procederá a distribuir mejor los tacos separadores. El diseño de finitivo será con :

$$L_{p,1} = 67,5 \text{ cm}$$

Verificación:

$$L_{p,y/3} = 100 \text{ cm} > L_{p,1} = 67,5 \quad \text{O.K.}$$

$$\lambda_1 = \frac{L_{p,1}}{i_1} = \frac{67,5}{1,3} = 51,9 < 60 \quad \text{O.K.}$$



$$\lambda_{x,ef} = \sqrt{44,8^2 + \frac{2}{2} \times 3,0 \times 51,9^2}$$

Con :

$m = 2$ (son dos elementos)

$\Psi = 3,0$ (pernos con posibilidad de reapretarlos).

$$\lambda_{x,ef} = 100,4 < 170 \quad \text{O.K.}$$

Para EJE Y-Y

$$I_y = \frac{2 \times 4,5 \times 9,5^3}{12} = 643 \text{ cm}^4$$

$$\Sigma S_t = 85,5 \text{ cm}^3$$

$$i_y = \sqrt{\frac{643}{85,5}} = 2,74 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \frac{L_{p,y}}{i_y} = \frac{300}{2,74} = 109,5 < 170 \quad \text{O.K.}$$

De lo anterior se obtiene :

$$\lambda_{x,ef} = 100,4 \rightarrow K_{\lambda,ef} = K_{\lambda,x} = \alpha = 0,338$$

$$\lambda_y = 109,5 \rightarrow K_{\lambda,y} = \beta = 0,298$$

iv) Tensiones de Trabajo

$$f_{cp} = \frac{1.600}{85,5} = 18,7 \text{ Kg-f/cm}^2$$

v) Verificación

Para EJE X-X

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,dis,\lambda}} = \frac{18,7}{0,338 \times 79,4} = 0,70 < 1$$

O.K.

$$\text{Para EJE Y-Y} \quad \frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} = \frac{18,7}{0,298 \times 79,4} = 0,79 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

Esfuerzo de corte:

$$Q_i = \frac{N}{60 \times K_{\lambda,ef}} = \frac{1.600}{60 \times 0,338} = 78,9 \text{ Kg-f}$$

$$T = \frac{Q_i \times l_{p,i}}{2a_i} = \frac{78,9 \times 67,5}{2 \times 6,6} = 403,5 \text{ Kg-f}$$

$$f_{cz} = \frac{1,5 T}{9,5 \times 30} = \frac{1,5 \times 403,5}{9,5 \times 30} = 2,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cz,dis} = 10,2 \text{ Kg/cm}^2 > f_{cz} \quad \text{O.K.}$$

vi) Verificación de la Unión con Pernos

Si se usan pernos $\phi 1/2"$, con espesor elemento central $e = 90 \text{ mm}$. Madera Grupo P2, cepillada, seca, solicitada en dirección paralela a las fibras: $P_{cp,ad} \approx 550 \text{ Kg-f/perno}$, para $(e/D = 90/12,7 = 7)$ (ver Figura N° 79).

Luego : Con 4 pernos $\phi 1/2"$

$$P_{ad} = 4 \times 550 = 2200 \text{ Kg-f}$$

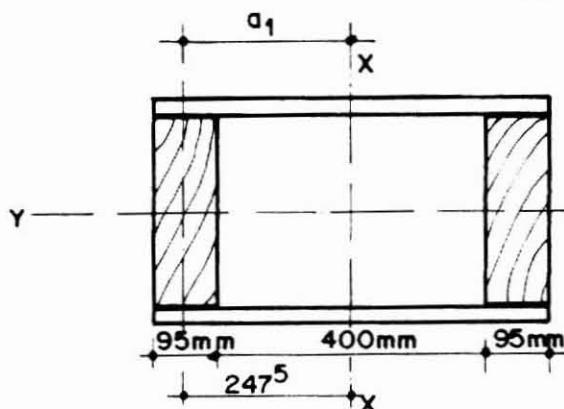
$$\frac{P}{P_{ad}} = \frac{1.600}{2.200} = 0,73 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

luego, se usarán cuatro pernos de diámetro $1/2"$.

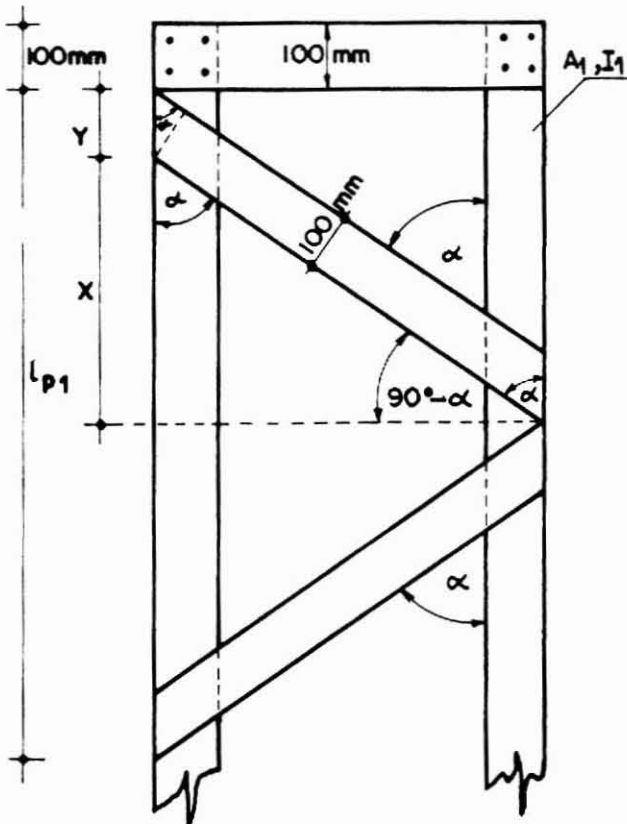
PROBLEMA 31

Con la madera definida en el problema anterior, verificar la columna compuesta reticulada (barras en celosía) de 6 m de largo, rotulada-rotulada, del tipo señalado en la Figura adjunta, en la cual se usan clavos como elementos de unión. La columna debe soportar una carga igual a 9 Ton.

Desarrollo



28 mm $N = 9.000 \text{ Kg-f}$
 195 mm $L_{p,y} = L_{p,x} = 600 \text{ cm}$
 28 mm $S_t = 2 \times 9,5 \times 19,5 = 370,5 \text{ cm}^2$



Para EJE Y - Y

$$i_y = 19,5 / \sqrt{12} = 5,6 \text{ cm}$$

$$\lambda_y = \frac{600}{5,6} = 107,1$$

Por lo que: $\beta = K_{\lambda,y} = 0,308$

$$f_{cp} = \frac{9.000}{370,5} = 24,3 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{cp,\lambda,dls} = 0,308 \times 79,4 = 24,5 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dls}} = \frac{24,3}{24,5} = 0,99 < 1,0$$

O.K.

Para EJE X - X

Por barras extremas:

$$L_p - 2 \times 10 = 580 \text{ cm}$$



$$\text{Sea : } \ell_{p_1} = \frac{580}{5} = 116 \text{ cm}$$

$$i_1 = 9,5 / \sqrt{12} = 2,74 \text{ cm}$$

$$\lambda_1 = 116 / 2,74 = 42,3$$

$$I_x = \frac{19,5}{12} (59^3 - 40^3) = 229.741 \text{ cm}^4$$

$$i_x = \sqrt{\frac{229.741}{370,5}} = 24,9 \text{ cm}$$

$$\lambda_x = \frac{600}{24,9} = 24,1$$

$$\text{Verificación : } \ell_{p_1} = 116 \text{ cm}$$

$$60 i_1 = 60 \times 2,74 = 164,4$$

$$\text{Luego : } \ell_{p_1} < 60 i_1 \quad \text{O.K.}$$

$$\text{De la Figura : } x = \frac{59,0}{\text{tg } \alpha}$$

$$y = \frac{10,0}{\text{sen } \alpha}$$

$$\text{Pero : } x + y = 116/2 = \frac{59,0}{\text{tg } \alpha} + \frac{10,0}{\text{sen } \alpha}$$

$$\text{Luego : } 58 \text{ sen } \alpha - 59 \cos \alpha - 10 = 0$$

$$\text{de esta ecuación se obtiene : } \alpha = 52,4326^\circ > 30^\circ \quad \text{O.K.}$$

$$\text{sen } 2 \alpha = 0,9665$$

$$\text{Número de elementos : } 2, \text{ luego : } m = 2$$

$$\text{Sección transversal del elemento : } A_1 = 9,5 \times 19,5 = 185,25 \text{ cm}^2$$

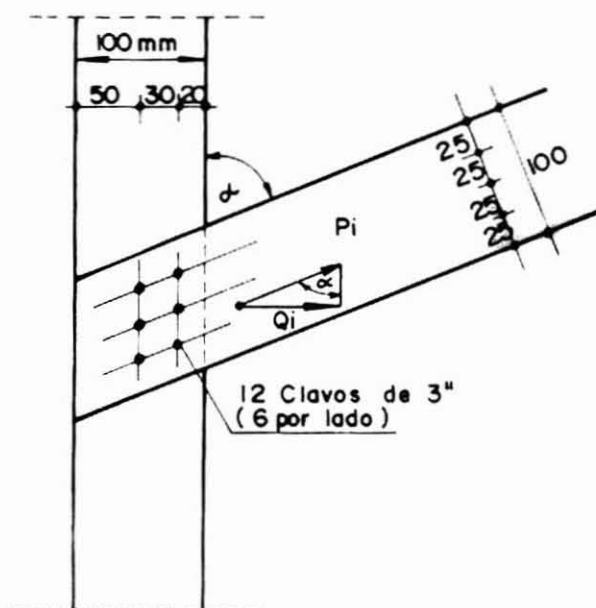
Tomaremos uniones clavadas :

Módulo de corrimiento de clavos = $C_D = 612 \text{ Kg/cm}$ (Ver Tabla N° 41)

Se usarán 12 clavos de 3" para traspasar la fuerza to tal que solicita cada diagonal, usando 6 en cada lado, luego: $n_D = 6$.

$a_1 = 247,5 \text{ mm}$.

Por lo tanto :



$$\lambda_{x,ef} = \sqrt{\lambda_x^2 + \frac{m}{a_1 \times n_D \times C_D \times \sin 2\alpha} \times \frac{4 \times \pi^2 \times E_f \times A_1}{2}}$$

$$\lambda_{x,ef} = \sqrt{24,1^2 + \frac{2}{24,75 \times 6 \times 612 \times 0,9665} \times \frac{4 \times \pi^2 \times 100.075 \times 185,25}{2}}$$

$$\lambda_{x,ef} = 94,4 \rightarrow \alpha = K_\lambda = 0,368$$

$$F_{cp,\lambda,dis} = 79,4 \times 0,368 = 29,2 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$f_{cp} = \frac{9.000}{370,5} = 24,3 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{cp,\lambda,dis}$$

Esfuerzo de corte :

$$Q_i = \frac{9.000}{60 \times 0,368} = 407,6 \text{ Kg}$$

Proyección sobre diagonal : $P_i = \frac{Q_i}{\sin \alpha} = \frac{407,6}{\sin \alpha} = 514,2 \text{ Kg-f}$

Resistencia al cizalle simple de un clavo de 3" = 46,2 Kg/clavo

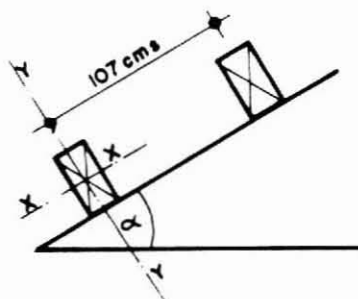
Verificación número de clavos : $P_{dis} = 12 \times 46,2 = 554,4 \text{ Kg-f}$

$$\frac{P_i}{P_{dis}} = \frac{514,2}{554,4} = 0,93 < 1$$

O.K.

PROBLEMA 32

Diseñar las costaneras de la Figura usando Roble verde, Grado Estructural N° 2, cepillado, para una carga vertical de 50 Kg/m² (permanente - 10 años) y un viento de 100 Km/hora, durante 3 horas. La distancia entre costaneras es 1,07 m y tienen una luz de 6 m.



Pendiente : $\operatorname{tg} \alpha = 0,3$

$$\delta_{\max, adm} = \frac{L}{200}$$

NOTA : Se usarán cadenetas en el plano de la techumbre ubicadas a los tercios de la luz de la costanera, dejando una separación entre cadenetas a 2 m.

Desarrollo

i) Tensiones de Diseño:

Especie : Roble
Estado de la madera : Verde
Grupo de la madera : E 4
Grado Estructural (RR = 0,60) : N° 2
Clase Estructural : F 11

ii) Solicitaciones:

Cargas:

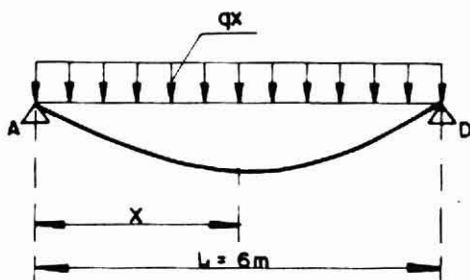
Permanentes : peso propio + sobrecarga = 50 Kg/m²
viento (veloc. = 100 Km/hora) $\longrightarrow$ $p_b = 48,23$ Kg/m²
 c = coeficiente de forma = $(1,2 \operatorname{sen} \alpha - 0,4)$
 $p_v = c \times p_b$
 $p_v = (1,2 \operatorname{sen} \alpha - 0,4) \times 48,23 = -2,66$ Kg/m² (succión)

Solicitud más desfavorable:

$q = 50$ Kg/m² (permanente)
 $q_x = 50 \times 1,07 \times \cos \alpha = 51,24$ Kg/m × l
 $q_y = 50 \times 1,07 \times \operatorname{sen} \alpha = 15,37$ Kg/m × l



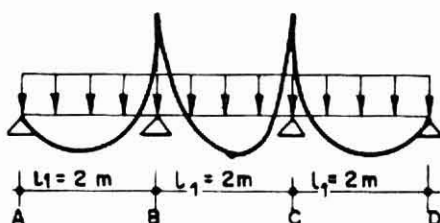
Momentos según EJE X - X



$$M_x = \frac{q_x \cdot x}{2} (l - x)$$

$$M_x = \frac{l^2}{8} = \frac{q_x \cdot l^2}{8}$$

Momentos según EJE Y - Y

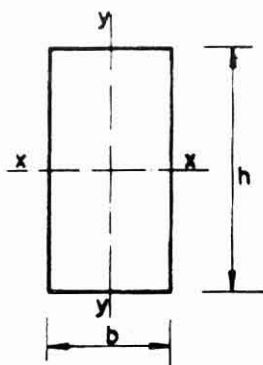


$$M_B = 0,1 \times q_y \times l_1^2$$

$$M_y (x = l/2) = 0,025 q_y \times l_1^2$$

Los casos más desfavorables son :

CASO	Distancia desde A x (m)	M_x (Kg x m)	M_y (Kg x m)
I)	2,0	204,96	6,15
II)	3,0	230,58	1,54



iii) Tensiones de Diseño:

Las tensiones de diseño para la Clase Estructural F11,
son :

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACION
	Flexión	Flexión	E_f	
T. Admisibles	11,0 MPa	1,05 MPa	7.900 MPa	F 11
K_D	1,0	1,0	-	Por duración de carga
K_{hf}	α	-	-	Para altura h
	β	-	-	Para altura b
K_v	γ	-	-	EJE X - X
	ϵ	-	-	EJE Y - Y
T. de Diseño	11,0 $\alpha \times \gamma$ MPa	1,05 MPa	7.900 MPa	EJE X - X
	11,0 $\beta \times \epsilon$ MPa			EJE Y - Y
T. de Diseño	112,2 $\alpha \times \gamma$ Kg/cm ²	10,7 Kg/cm ²	80.558 Kg/cm ²	EJE X - X
	112,2 $\beta \times \epsilon$ Kg/cm ²			EJE Y - Y

iv) Diseño por Deformación según EJE X - X:

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{5 \times q_x \times L_x}{384 \times E_f \times I_x} = \frac{5 \times 0,5124 \times 600}{384 \times 80.558 \times I_x} \leq \delta_{\text{máx,adm}}$$

$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{L_x}{200} = \frac{600}{200} = 3 \text{ cm}$$

Luego : $I_x \geq 3578 \text{ cm}^4$

suponiendo $b = 70 \text{ mm}$ (cepillado)

Entonces : $\frac{7,0 \times h^3}{12} \geq 3578$

Por lo cual : $h \geq 183 \text{ mm}$

Por lo tanto : $h = 195 \text{ mm}$ (Ver Tabla N° 28)

v) Propiedades Geométricas:

Escuadría 70 x 195 mm

$$I_x = 4325 \text{ cm}^4$$

$$W_x = 443,6 \text{ cm}^3$$

$$I_y = 557,4 \text{ cm}^4$$

$$W_y = 159,3 \text{ cm}^3$$

$$A = 136,5 \text{ cm}^2$$

vi) Verificaciones:

a) Por flexión.

$$F_{f,dis,x} = 112,2 \times \alpha \times \gamma$$

$$\text{Pero : } \alpha = \left(\frac{50}{195}\right)^{1/9} = 0,8597$$

$$\gamma = 1,0$$

$$\text{Luego : } F_{f,dis,x} = 112,2 \times 0,8597 \times 1,0 = 96,5 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F_{f,dis,y} = 112,2 \times \beta \times \epsilon$$

$$\text{Pero : } \beta = \left(\frac{50}{70}\right)^{1/9} = 0,9633$$

$$\epsilon = 1,0 \quad (\text{Ver Tabla N}^\circ 35)$$

$$\text{Luego : } F_{f,dis,y} = 112,2 \times 0,9633 \times 1,0 = 108,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Debe cumplirse que :

$$\frac{f_{f,x}}{F_{f,dis,x}} + \frac{f_{f,y}}{F_{f,dis,y}} \leq 1$$

Para : $x = 2 \text{ m}$

$$f_{f,x} = \frac{20.496}{443,6} = 46,2 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad f_{f,y} = \frac{615}{159,3} = 3,9 \text{ Kg-f/cm}^2$$

reemplazando:

$$\frac{46,2}{96,5} + \frac{3,9}{108,1} = 0,482 + 0,036 = 0,518 < 1 \quad \text{O.K.}$$

Para : $x = 3 \text{ m}$

$$f_{f,x} = \frac{23.058}{443,6} = 52,0 \text{ Kg-f/cm}^2 \quad f_{f,y} = \frac{154}{159,3} = 1,0 \text{ Kg-f/cm}^2$$

reemplazando:

$$\frac{52,0}{96,5} + \frac{1,0}{108,1} = 0,539 + 0,009 = 0,548 < 1 \quad \text{O.K.}$$

b) Por deformación.

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{5 \times q_x \times L_x^4}{384 \times E_f \times I_x} = \frac{5 \times 0,5124 \times 600^4}{384 \times 80.558 \times 4325} = 2,5 \text{ cm}$$

$$\frac{\delta_{\text{cálculo}}}{\delta_{\text{máx,adm}}} = \frac{2,5}{3,0} = 0,83 < 1 \quad \text{O.K.}$$

c) Por cizalle.

$$Q_{\text{máx}} = \frac{q_x \times L}{2} = \frac{51,24 \times 6}{2} = 153,7 \text{ Kg}$$

$$f_{\text{cz}} = \frac{1,5 Q}{b \times h} = \frac{1,5 \times 153,7}{7 \times 19,5} = 1,7 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_{\text{cz,dis,x}} = 10,7 \text{ Kg/cm}^2 > f_{\text{cz}} \quad \text{O.K.}$$

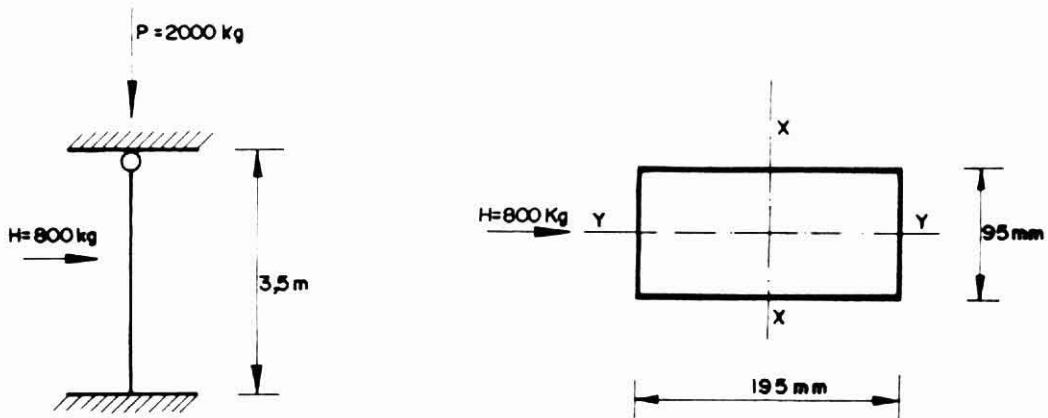
Se adoptarán costaneras de 70 x 195 mm (cepilladas)

PROBLEMA 33

Verificar la sección transversal de un pilar rotulado arriba y empotrado abajo que tiene las siguientes cargas: $P = 2.000 \text{ Kg}$ (vertical) y $H = 800 \text{ Kg}$ en el centro de la altura, durante 16 meses.

La columna es de Pino radiata seco, cepillado ($H = 15\%$) y de Grado Estructural Selecto (GS).

Se supone que la carga vertical no tiene excentricidad.



a) Tensiones de Diseño:

Especie : Pino radiata
Estado de la madera : Seco ($H = 12\%$)
Humedad de equilibrio : 15%
Incremento de humedad = ΔH : 3%

Grupo de la madera: ES 5
Grado Estructural : GS
Clase Estructural : F 11

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACIONES
	Flexión	Compresión Paralela	E_f	
T. Adm. (F11)	11,0 MPa	8,3 MPa	10.270 MPa	$H = 12\%$
K_H	0,9385	0,9385	0,9556	Por contenido de humedad $\Delta H = 3\%$
K_D	1,07	1,07	-	Por duración de la carga.
K_{hf_x}	0,860	-	-	Por altura según EJE X-X.
K_v	1,0	-	-	Por volcamiento
K_λ	-	0,286	-	Por esbeltez
T. de Diseño	9,50 MPa 96,87 Kg-f/cm ²	2,22 MPa 22,7 Kg-f/cm ²	9.814 MPa 100.075 Kg-f/cm ²	$H = 15\%$ $H = 15\%$

Factores de Modificación:

Por contenido de humedad: $K_H = 1 - \Delta H \times \Delta R$

Con: $\Delta H = 3\%$ $\Delta R = 2,05\%$ para: Flexión y Compresión paralela
 $\Delta R = 1,48\%$ para: E_f

Por altura:

$$K_{hf} = \left(\frac{50}{h}\right)^{1/9}$$

$$\text{si: } h = 195 \text{ mm} \longrightarrow K_{hf} = \left(\frac{50}{195}\right)^{1/9} = 0,86$$

Por volcamiento:

$$h/b = 195/95 = 2,05 < 2,5 \longrightarrow K_v = 1,0$$

Por esbeltez:

$$\frac{\ell_p}{L} = 0,85 \quad (\text{Empotrado - apoyada})$$

$$\ell_p = 0,85 \times 350 = 297,5 \text{ cm}$$

$$i_{min} = i_y = 2,74 \text{ cm}$$

$$\lambda = \frac{\ell_p}{i_y} = \frac{297,5}{2,74} = 108,6 \approx 109$$

$$\lambda = 109 < 170 \longrightarrow \text{O.K.}$$

$$B = \frac{4 \times E_{f,dis}}{c \times \lambda^2 \times F'_{cp,dis}} = \frac{4 \times 100.075}{0,8 \times 109^2 \times 85,0} = 0,495$$

$$A = \frac{B \times C \times (1 + \lambda/200) + 1}{2 \times c} = \frac{0,495 \times 0,8 \times (1 + 109/200) + 1}{2 \times 0,8} = 1,008$$

$$K_{\lambda} = A - \sqrt{A^2 - B} = 0,286$$

b) Propiedades Geométricas de la Sección:

Tipo de madera: Cepillada.

b = 95 mm	A = 185,2 cm ²	
h = 195 mm	I _x = 5.870 cm ⁴	I _y = 1.393 cm ⁴
	W _x = 602 cm ³	W _y = 293 cm ³
	i _x = 5,63 cm	i _y = 2,74 cm

c) Tensiones de Trabajo:

i) Flexión: H = 800 Kg
 L = 3,5 m

En el apoyo :

$$M_{\text{máx}} = - \frac{3}{16} HL = - \frac{3 \times 800 \times 3,5}{16} = 525,0 \text{ (Kg-f} \times \text{m)}$$

(En el extremo empotrado)

$$f_{f,x} = \frac{M_{\text{máx}}}{W_x} = \frac{52.500}{602} = 87,2 \text{ (Kg-f/cm}^2\text{)}$$

En el tramo :

$$M_1 = \frac{5}{32} HL = \frac{5 \times 800 \times 3,5}{32} = 437,5 \text{ (Kg-f} \times \text{m)}$$

(En el punto de carga)

$$f_{f,x} = \frac{M_1}{W_x} = \frac{43.750}{602} = 72,7 \text{ (Kg-f/cm}^2\text{)}$$

ii) Compresión: P = 2.000 Kg

$$f_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{2.000}{185,2} = 10,8 \text{ (Kg-f/cm}^2\text{)}$$



d) Verificación de Tensiones:

i) En el apoyo :

$$\text{Se debe cumplir : } \left(\frac{f_{cp}}{F_{cp,dis}} \right)^2 + \left(\frac{f_{f,x}}{F_{f,dis,x}} \right) \leq 1$$

En donde:

$$F_{cp,dis} = 8,3 \times 0,9385 \times 1,07 = 8,335 \text{ MPa} = 84,99 \text{ (Kg-f/cm}^2\text{)}$$

Luego :

$$\left(\frac{10,80}{84,99} \right)^2 + \left(\frac{87,21}{96,87} \right) = 0,92 < 1 \longrightarrow \text{O.K.}$$

ii) En el tramo :

$$\text{Se debe cumplir: } \frac{f_{cp}}{F_{f,dis,x}} + \frac{f_{f,x} + f_{cp} (6 + 1,5 \times J_x) (e_x/b_x)}{F_{f,dis,x} - J_x \times f_{cp}} \leq 1$$

$$\text{Con : } e_x = 0 \quad \lambda_o = 2,324 \sqrt{\frac{E_{f,dis}}{F_{cp,dis}}} = 2,324 \sqrt{\frac{100.075}{85}}$$

$$\lambda_o = 79,7$$

$$\lambda = 109 > \lambda_o \longrightarrow J_x = 1,0 \quad (\text{Ver Tabla N}^\circ 47)$$

luego, la expresión anterior queda :

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} + \frac{f_{f,x}}{F_{f,dis,x} - f_{cp}} \leq 1$$

reemplazando :

$$\frac{10,8}{22,7} + \frac{87,2}{96,87 - 10,8} = 0,476 + 1,013 = 1,489 > 1 \quad \text{¡NO!}$$

RESPUESTA : El diseño se debe repetir para mayores dimensiones de la es
cuadrfa.

PROBLEMA 34

Calcular la excentricidad máxima con que se puede aplicar una carga de 5 toneladas (durante 30 años) sobre un pilar empotrado en una base de hormigón. El pilar es de Roble, Grado Estructural N° 2 ($RR = 0,60$) y tiene una sección rectangular de 150×200 mm.

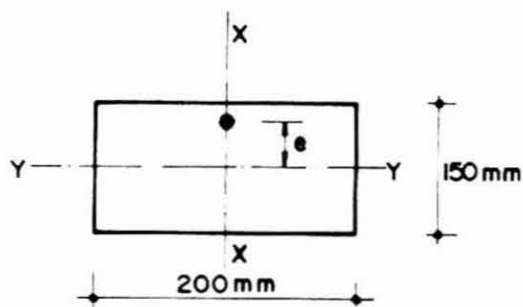
En el momento de su construcción el pilar estará en estado verde, y alcanzará un estado seco ($H = 18\%$) durante su vida de servicio.

La altura del pilar es de 1,6 metros.

Desarrollo

a) Características Geométricas:

Se aceptará la siguiente posición de la carga excéntrica como más desfavorable.



La sección de 150×200 mm tiene las siguientes características geométricas, referidas al EJE Y - Y de la Figura anterior.

$$A = 300 \text{ cm}^2$$

$$W_y = 750 \text{ cm}^3$$

$$\lambda_y = 92,4$$

$$I_y = 5625 \text{ cm}^4$$

$$i_{\min} = 4,33 \text{ cm}$$



b) Tensiones de Diseño:

Estado de la madera:

- Verde durante su construcción }
 - Seco durante vida de servicio } $\longrightarrow$ Estado verde
 (De Figura N° 7)

Especie : Roble
 Grupo de la madera : E 4
 Grado Estructural (RR = 0,60) : N° 2
 Clase Estructural : F 11

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACION
	Flexión	Compresión Paralela	E_f	
T. Admisible	11,0 MPa	8,3 MPa	7.900 MPa	F 11
K_D	0,965	0,965	-	Por duración de la carga.
K_{hf}	0,885	-	-	Por altura
K_λ	-	0,327	-	Por esbeltez (EJE Y - Y)
T. de Diseño	9,39 MPa	2,62 MPa	7.900 MPa	Verde
	95,8 Kg-f/cm²	26,7 Kg-f/cm²	80.558 Kg-f/cm²	

c) Tensión de Trabajo:

$$f_{cp} = \frac{P}{A} = \frac{5.000}{300} = 16,7 \text{ (Kg/cm}^2\text{)}$$

d) Cálculo de Excentricidad:

Se debe cumplir lo indicado en 3.7.3.

$$\frac{f_{cp}}{F_{cp,\lambda,dis}} + \frac{f_{cp} \times (6 + 1,5 \times J_y) \times (e_y/b_y)}{F_{f,dis,y} - J_y \times f_{cp}} \leq 1$$



$$\lambda_o = 2,324 \sqrt{\frac{E_{f,dis}}{F_{cp,dis}}} = 2,324 \sqrt{\frac{80.558}{81,7}} = 73,0$$

Luego : $\lambda_o < \lambda_y \longrightarrow J_y = 1$ (Ver Tabla Nº 47)

Reemplazando:

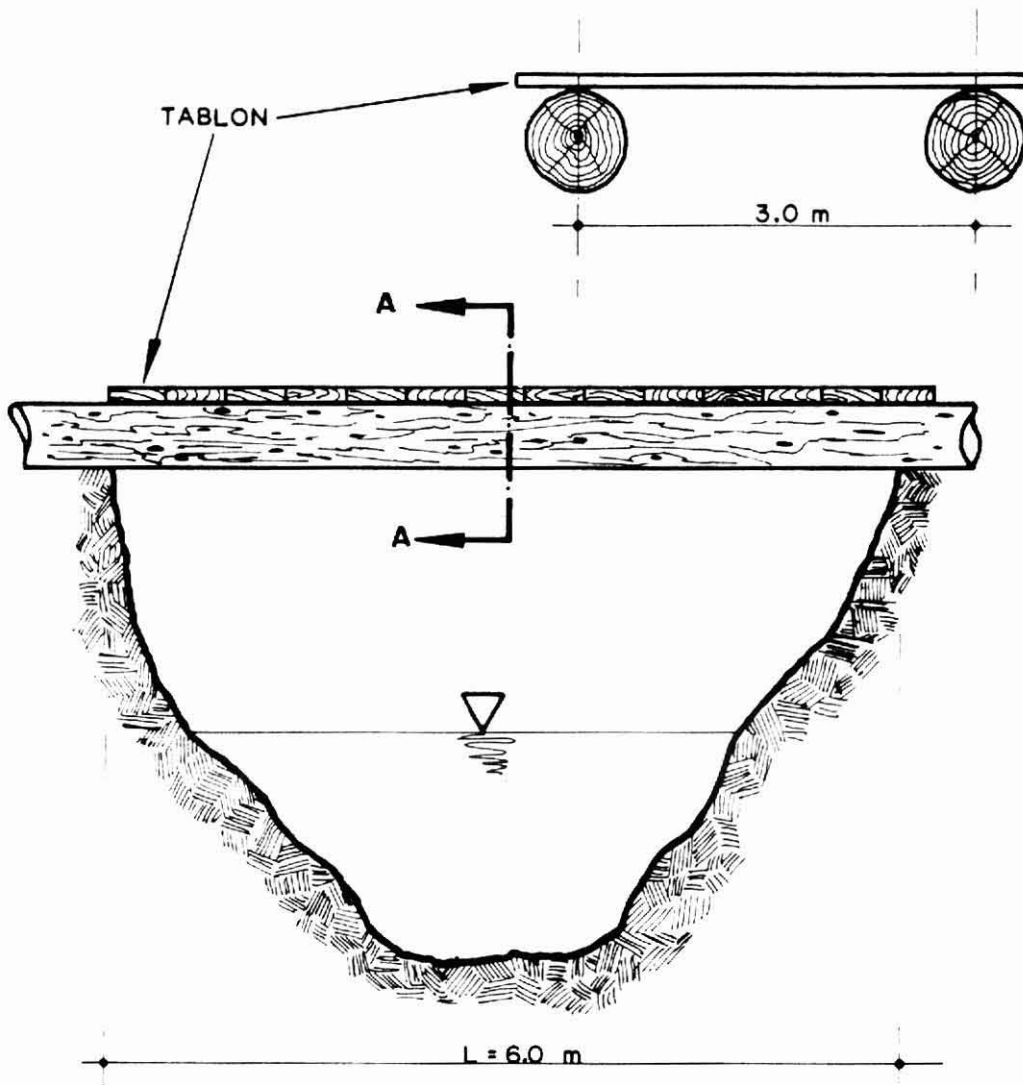
$$\frac{16,7}{26,7} + \frac{16,7 \times (6 + 1,5) \times (e_y/15)}{95,8 - 16,7} \leq 1$$

$$e_y \leq 3,6 \text{ cm}$$

RESPUESTA: Se puede colocar la carga con una excentricidad de hasta 3,6 cm en el sentido más desfavorable de la columna.

PROBLEMA 35

Se desea verificar las dimensiones de los tablonés y conocer el diámetro de los rollizos de Eucalipto que es necesario colocar para construir un puente provisorio con tablonés aserrados de 100 mm x 250 mm de Pino radiata verde, Grado Estructural N° 4. La carga máxima que debe resistir el puente se estima en 400 Kg/m² con una duración de 10 horas. Humedad de equilibrio: 20%.



Dato : Deformación máxima admisible = $\delta_{\text{máx,adm}}$

$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{L}{300}$$

Desarrollo

1.- Verificación de los Tablones:

Madera : Pino radiata
 Grupo : E 6
 Clase Estructural : F 4
 Grado Estructural : Nº 4
 Estado : Verde

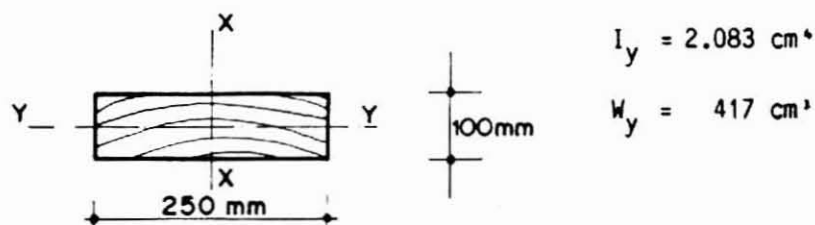
1.1. Tensiones de Diseño:

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACIONES
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Admisible	4,3 MPa	0,52 MPa	5.000 MPa	F 4
K_D	1,369	1,369	-	Por duración carga
K_C	1,15	1,15	1,0	Por trab. conjunto
K_{hf}	0,926	-	-	Por altura (EJE Y - Y)
T. de Diseño	6,27 MPa 63,9 Kg-f/cm ²	0,82 MPa 8,3 Kg-f/cm ²	5.000 MPa 50.986 Kg-f/cm ²	Estado verde Estado verde

1.2. Propiedades Geométricas:

Para escuadría 100 x 250 mm

De Tabla Nº 32 $\longrightarrow S_t = 250 \text{ cm}^2$



1.3. Cargas Solicitantes:

$$q_t = 400 \times 0,25 = 100 \text{ Kg-f/m}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{1,0 \times 300^2}{8} = 11.250 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$Q_{\text{máx}} = \frac{1,0 \times 300}{2} = 150 \text{ Kg-f}$$

1.4. Por Deformación:

$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{L}{300} = \frac{300}{300} = 1 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{cálc}} = \frac{5 \times 1,0 \times 300^4}{384 \times 50.986 \times 2.083} = 0,99 \text{ cm} < \delta_{\text{máx,adm}}$$

O.K.

1.5. Por Flexión:

$$f_f = \frac{M_{\text{máx}}}{W_y} = \frac{11.250}{417} = 27,0 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_f}{F_{f,\text{dis}}} = \frac{27,0}{63,9} = 0,42 < 1,0$$

O.K.

1.6. Por Cizalle:

$$f_{\text{cz}} = 1,5 \frac{Q_{\text{máx}}}{S_t} = \frac{1,5 \times 150}{250} = 0,9 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{\text{cz}}}{F_{\text{cz,dis}}} = \frac{0,9}{8,3} = 0,11 < 1$$

O.K.

Luego :

Los tabloncillos resisten las sollicitaciones a las cuales estarán sometidos.

2.- Diseño de Rollizos:

Especie : Eucalipto

Estado : Verde

2.1. Tensiones de Diseño:

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACIONES
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Admisible K_D	32,5 MPa 1,369	1,73 MPa 1,369	12.425 MPa -	De Tabla N° 49 Por duración carga
T. de Diseño	44,49 MPa 453,7 Kg-f/cm²	2,37 MPa 24,2 Kg-f/cm²	12.425 MPa 126.700 Kg-f/cm²	Estado verde (ver Tabla N° 48) Estado verde

2.2. Cargas y Solicitaciones:

$$q_r = 400 \times 1,5 = 600 \text{ Kg-f/m} \times l$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{6 \times \overline{600}^2}{8} = 270.000 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$Q_{\text{máx}} = \frac{600 \times 6}{2} = 1.800 \text{ Kg-f}$$

2.3. Diseño por Deformación:

$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{L}{300} = \frac{600}{300} = 2 \text{ cm}$$

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{5 \times 6 \times \overline{600}^4}{384 \times 126.700 \times I_{\theta}} = \delta_{\text{máx,adm}} = 2$$

$$I_{\theta} \geq 39.957 \text{ cm}^4$$

Para $\phi = 12''$ (30.5 cm):

$$S_t = 729,7 \text{ cm}^3$$

$$W_{\phi} = 2.780 \text{ cm}^3$$

$$I_{\phi} = 42367,2 \text{ cm}^4$$

(Ver Tabla N° 50)

2.4. Verificación por Flexión:

$$f_f = \frac{M_{\text{máx}}}{W_{\phi}} = \frac{270.000}{2.780} = 97,1 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_f}{F_{f,\text{dis}}} = \frac{97,1}{453,7} = 0,21 < 1,0 \quad \text{O.K.}$$

2.5. Verificación por Deformación:

$$\delta_{\text{cálculo}} = 2 \times \frac{39.957}{42.367,2} = 1,9 \text{ cm} < \frac{L}{300} = 2 \text{ cm} \quad \text{O.K.}$$

2.6. Verificación por Cizalle:

$$f_{cz} = \frac{4 \times Q_{\text{máx}}}{3 \times S_t} = \frac{4 \times 1.800}{3 \times 729,7} = 3,3$$

$$\frac{f_{cz}}{F_{cz,\text{dis}}} = \frac{3,3}{24,2} = 0,14 < 1 \quad \text{O.K.}$$

RESPUESTA : El diámetro (ϕ) de los rollizos de Eucalipto verde debe ser de : $\phi = 12''$.

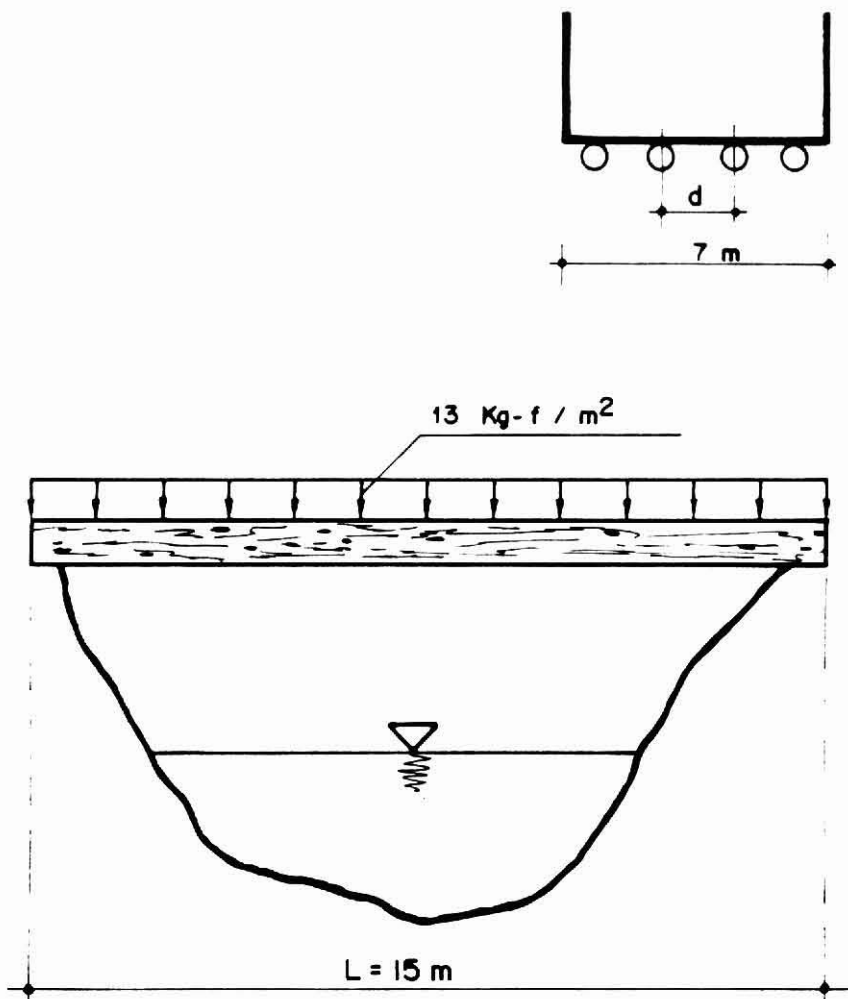


PROBLEMA 36

Se desea construir un puente de 15 metros de luz y 7 metros de ancho, para una faena en la cordillera que tendrá una duración de 5 años, y en donde la humedad de equilibrio es de 14%.

Para esto se dispone de troncos de Pino radiata, impregnados (H = 20%) y de 250 mm (10") de diámetro.

Se pide determinar el número de troncos necesarios para realizar el puente y la separación entre ellos.



NOTA: Suponer que los troncos sufrirán un desbastado en sus extremos para mejorar el apoyo de los cabezales del puente.

Desarrollo

a) Tensiones de Diseño:

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACION
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Admisible	13,8 MPa	0,71 MPa	6.423 MPa	Verde
K_D	1,023	1,023	-	Por duración de la carga.
K_d	0,75	1,00	0,90	Por desbastado
K_{pv}	0,85	0,90	0,95	Por preservación
K_s	1,25	1,12	1,12	Por uso en estado seco
T. de Diseño	11,25 MPa	0,73 MPa	6.151 MPa	Seco
	114,7 Kg-f/cm ²	7,4 Kg-f/cm ²	62.720 Kg-f/cm ²	

b) Propiedades Geométricas del Tronco:

Para $\phi = 250 \text{ mm}$ ($\approx 10''$), se tiene:

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (25)^2}{4} = 490,9 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi (25)^4}{64} = 19.175 \text{ cm}^4$$

$$W = \frac{\pi D^3}{32} = \frac{\pi (25)^3}{32} = 1.534 \text{ cm}^3$$

c) Diseño por Deformación de cada Tronco:

$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{L}{300} = \frac{1.500}{300} = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta_{\text{cálculo}} = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{EI} = \frac{5 \times q \times 15 \times (1.500)^3}{384 \times 62.720 \times 19.175} = 0,548 q \quad (\text{con } q \text{ en Kg-f/m})$$

BIBLIOTECA
INSTITUTO FORESTAL

$$\delta_{\text{máx,adm}} = 5 \geq 0,548 \text{ q} \longrightarrow \text{q} \leq 9,12 \text{ Kg-f/m}$$

Luego, el rollizo no debe ser cargado con más de 9,12 Kg-f/m para que su deformación no sobrepase $L/300$.

$$\text{Carga solicitante} = 13 \text{ Kg-f/m}^2$$

$$13 \times d \leq 9,12 \longrightarrow d \leq 0,70 \text{ m}$$

$$(n - 1) = \frac{7}{0,70} \quad \text{donde } n = \text{número de troncos.}$$

$$n = 11 \text{ troncos}$$

$$\text{con una separación: } d = 0,70 \text{ m} = 70 \text{ cm.}$$

d) Verificación por Flexión:

$$q = 13 \times 0,70 = 9,1 \text{ Kg-f/m}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{q L^2}{8} = \frac{0,091 \times 1.500^2}{8} = 25.594 \text{ (Kg} \times \text{cm)}$$

$$f_f = \frac{M_{\text{máx}}}{W} = \frac{25.594}{1.534} = 16,7 \text{ (Kg-f/cm}^2\text{)}$$

$$\frac{f_f}{F_{f,\text{dis}}} = \frac{16,7}{114,7} = 0,15 < 1 \longrightarrow \text{O.K.}$$

e) Verificación por Deformación:

$$\delta_{\text{cálc}} = \frac{5 \times 0,091 \times 1.500^4}{384 \times 62.720 \times 19.175} = 4,99 \text{ cm} < 5 \text{ cm} \longrightarrow \text{O.K.}$$

f) Verificación por Cizalle:

$$Q_{\text{máx}} = \frac{q L}{2} = \frac{0,091 \times 1.500}{2} = 68,25 \text{ Kg-f}$$

$$f_{\text{cz}} = \frac{4}{3} \times \frac{Q_{\text{máx}}}{A} = \frac{4 \times 68,25}{3 \times 490,9} = 0,19 \text{ (Kg-f/cm}^2\text{)}$$

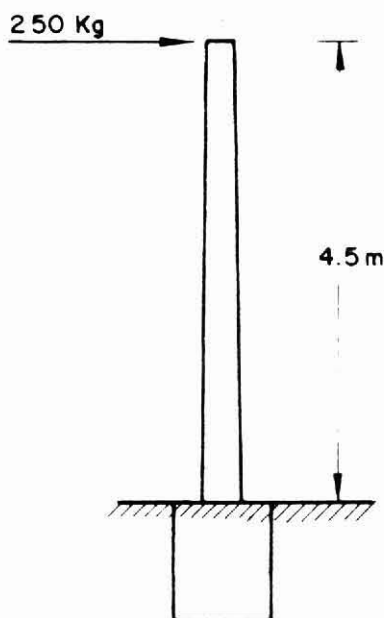
$$\frac{f_{\text{cz}}}{F_{\text{cz,dis}}} = \frac{0,19}{7,5} = 0,03 < 1 \longrightarrow \text{O.K.}$$

RESPUESTA : A fin de reducir la deformación que se origina, se deberán colocar 11 troncos a una distancia de 70 cm, entre ellos.



PROBLEMA 37

Diseñar una columna de sección circular en Pino radiata seco, desbastado e impregnado, con un contenido de humedad de 18%, para una carga horizontal aplicada en su extremo superior igual a 250 Kg con una duración de 10 años. El poste está libre arriba y empotrado en hormigón abajo. La deformación máxima que se permite es $L/300$.



Desarrollo

1.- Tensiones de Diseño:

Según Tabla N° 48.

Condición de la madera en la instalación : Seco

Condición de la madera en servicio : Seco

Condición asumida para la determinación de las Tensiones Admisibles : Seco

ITEM	SOLICITACIONES			OBSERVACIONES
	Flexión	Cizalle	E_f	
T. Admisibles	13,8 MPa	0,71 MPa	6.423 MPa	Estado verde
K_D	1,0	1,0	-	Duración carga
K_d	0,75	1,0	0,90	Por desbastado
K_{pv}	0,85	0,90	0,95	Por preservación
K_s	1,25	1,12	1,12	Por uso seco
T. de Diseño	11,0 MPa	0,716 MPa	6.151 MPa	Estado seco
	112,2 Kg-f/cm ²	7,3 Kg-f/cm ²	62.723 Kg-f/cm ²	Estado seco

2.- Diseño por Flexión:

Si aceptamos : $F_{f,dis} = 112,2 = f_f = \frac{M_{\max}}{W_0}$

$$W_{\Theta} = \frac{M_{\text{máx}}}{112,2}$$

Como el $M_{\text{máx}}$ se produce en la Línea de Tierra:

$$M_{\text{máx}} = 250 \times 450 = 112.500 \text{ Kg-f} \times \text{cm}$$

$$W_{\Theta} = \frac{112.500}{112,2} = 1002,7 \text{ cm}^3$$

De Tabla N° 50, para $\phi = 9" = 22,9 \text{ cm} \longrightarrow W_{\Theta} = 1173 \text{ cm}^3$
 $I_{\Theta} = 13405 \text{ cm}^4$

3.- Verificación por Deformación:

$$\delta_{\text{cálc}} = \frac{P L^3}{3 E_f I_{\Theta}} = \frac{250 \times \overline{450}^3}{3 \times 62.723 \times 13.405} = 9 \text{ cm} = \frac{L}{50} > \frac{L}{300} \quad \text{¡NO!}$$

NOTA: Se debe rediseñar.

4.- Diseño por Deformación:

$$\delta_{\text{máx,adm}} = \frac{450}{300} = 1,5 \text{ cm}$$

Si : $\delta_{\text{máx,adm}} = \delta_{\text{cálc}}$

$$1,5 = \frac{250 \times \overline{450}^3}{3 \times 62.723 \times I_{\text{nec}}}$$

$$I_{\text{nec}} = \frac{250 \times \overline{450}^3}{3 \times 62.723 \times 1,5} = 80.712 \text{ cm}^4$$

De Tabla N° 50:

Para $\phi = 14\frac{1}{2}" = 36,8 \text{ cm}$

$$I_{\theta} = 90319 \text{ cm}^4$$

$$W_{\theta} = 4905 \text{ cm}^3$$

$$S_x = 1065 \text{ cm}^2$$

5.- Verificaciones:

5.1. Por flexión:

$$f_f = \frac{112.500}{4905} = 22,9 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{f,dis} \quad \text{O.K.}$$

5.2. Por deformación:

$$\delta_{\text{cálculo}} = \frac{250 \times \overline{450}^3}{3 \times 62.723 \times 90.319} = 1,3 \text{ cm} = \frac{L}{346} < \frac{L}{300} \quad \text{O.K.}$$

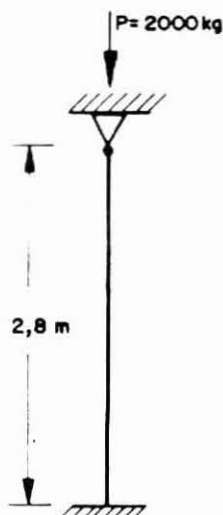
5.3. Por cizalle:

$$f_{cz} = \frac{4 \times Q_{\text{máx}}}{3 S_t} = \frac{4 \times 250}{3 \times 1.065} = 0,3 \text{ Kg-f/cm}^2 < F_{cz,dis} \quad \text{O.K.}$$

RESPUESTA : Usar columna $\phi = 36,8 \text{ cm}$.

PROBLEMA 38

¿Cuál es el diámetro que debe tener un pilar para soportar una carga de 1,6 toneladas, si tiene 2,8 metros de altura y es de Pino radiata, seco, impregnado y alisado en toda su longitud?. Se supondrá empotrado en hormigón y rotulado en su extremo superior. Duración de la carga: 10 años. Humedad de equilibrio: 18%.



Desarrollo

1.- Tensiones de Diseño:

Condición poste en su instalación : Seco

Condición poste en servicio : Seco

Condición asumida para T.

Admisibles : Seco (Tabla Nº 48)

ITEM	SOLICITACIONES		OBSERVACIONES
	Compresión Paralela	E_f	
T. Admisibles	5,4 MPa	6.423 MPa	Estado verde
K_D	1,0	-	Duración de la carga
K_d	0,90	0,90	Alisadura
K_{pv}	0,90	0,95	Preservación
K_s	1,25	1,12	Uso seco
T. de Diseño	5,47 MPa 55,8 Kg-f/cm ²	6.151 MPa 62.722 Kg-f/cm ²	Estado seco Estado seco

2.- Esbeltez:

$$l_p = \text{longitud de pandeo} = 0,85 L = 0,85 \times 280 = 238 \text{ cm}$$

$$\text{Para : } \lambda \leq 44$$

$$\lambda = \frac{\ell_p}{D} \leq 44$$

$$D \geq \frac{\ell_p}{44} = \frac{238}{44} = 5,4 \text{ cm}$$

De Tabla N° 50 :

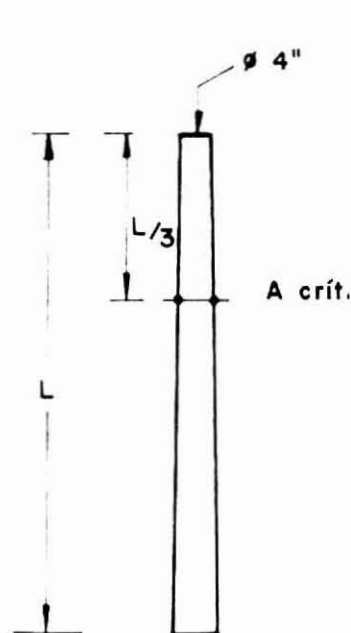
Con $D = 4'' = 10,2 \text{ cm}$ (en extremo superior)

$$S_t = 81,1 \text{ cm}^2$$

$$\lambda = \frac{\ell_p}{D} = \frac{238}{10,2} = 23,3 < 44$$

O.K.

Luego :



$$\lambda_o = 0,58 \sqrt{\frac{E_{f,dis}}{F'_{cp,dis}}} = 0,58 \sqrt{\frac{62.722}{55,8}}$$

$$\lambda_o = 19,5$$

$$\lambda = 23,3 > \lambda_o$$

Se trata de columna larga :

$$F'_{cp,\lambda,dis} = 0,225 \frac{E_{f,dis}}{\lambda^2} = 26,0 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Sección transversal crítica :

$A_{crit} > S_t$ usada. Por lo cual se usará

S_t en los cálculos.

3.- Verificación:

$$f_{cp} = \frac{P}{S_t} = \frac{1.600}{81,1} = 19,7 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$F'_{cp,\lambda,dis} = 26,0 \text{ Kg-f/cm}^2$$

$$\frac{f_{cp}}{F'_{cp,\lambda,dis}} = \frac{19,7}{26,0} = 0,76 < 1,0$$

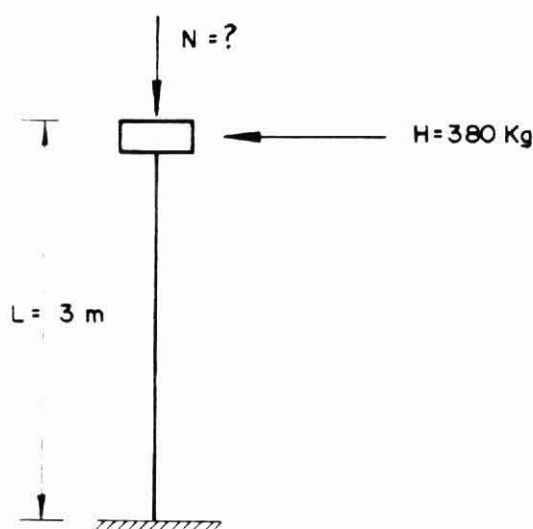
O.K.

RESPUESTA : El diámetro del poste es de $\phi = 4''$.

PROBLEMA 39

Un pilar de Eucalipto (poste) alisado no impregnado de $\phi = 8"$ y contenido de humedad (20%), durante una semana estará soportando una carga horizontal de 380 Kg en su extremo superior. ¿Qué carga máxima vertical podrá resistir en ese mismo extremo, durante igual lapso de tiempo?. Se supondrá empotramiento abajo e impedimento de giro y libertad de desplazamiento arriba. Humedad de servicio: verde.

Desarrollo



Condición del poste en su instalación : Seco

Condición del poste en servicio : Verde

Condición asumida para:

Tens. Admisibles : Seco

Módulo Elástico : Verde

Especie : Eucalipto

a) Tensiones de Diseño:

ITEM	SOLICITACIONES				OBSERVACION
	Flexión	Compresión Paralela	Cizalle	E_f	
T. Adm.	32,5 MPa	17,7 MPa	1,73 MPa	12.425 MPa	(Seco-verde)
K_D	1,237	1,237	1,237	-	Duración carga
K_d	0,85	0,92	1,00	0,95	Alisadura
K_{pv}	1,00	1,00	1,00	1,00	Sin preservación
K_S	1,25	1,25	1,06	1,00	(Seco-verde)
T. Diseño	42,72 MPa	25,18 MPa	2,27 MPa	11.804 MPa	(Seco-verde)
	435,6 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	256,8 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	23,1 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	120,365 $\frac{\text{Kg-f}}{\text{cm}^2}$	(Seco-verde)

b) Características Geométricas:

$$\begin{aligned}\phi &= 8'' \text{ (en extremo superior)} \longrightarrow D = 20,3 \text{ cm} \\ S_t &= 324,3 \text{ cm}^2 \\ W_o &= 823,7 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

De Tabla N° 43: $\ell_p = 1,5 L = 1,5 \times 300 = 450 \text{ cm}$

$$\lambda = \frac{\ell_p}{D} = \frac{450}{20,3} = 22,17 < 44 \quad \text{O.K.}$$

$$\lambda_o = 0,58 \sqrt{\frac{E_{f,dis}}{F'_{cp,dis}}} = 0,58 \sqrt{\frac{120.365}{256,8}} = 12,56$$

Luego: $\lambda_o < \lambda < 44 \longrightarrow$ columna larga (ver Tabla N° 55)

$$F'_{cp,\lambda,dis} = 0,225 \times \frac{E_{f,dis}}{\lambda^2} = 0,225 \times \frac{120.365}{22,17^2} = 55,1 \text{ Kg/cm}^2$$

c) Cargas y Solicitaciones:

$$\begin{aligned}N &= P & M_{\text{máx}} &= 380 \times 300 = 114.000 \text{ Kg-f} \times \text{cm} \\ H &= 380 \text{ Kg-f} & Q_{\text{máx}} &= 380 \text{ Kg-f}\end{aligned}$$

d) Determinación de la Carga Vertical Máxima (P):

Se debe cumplir: $\frac{f_f}{F_{f,dis}} + \frac{f'_{cp}}{F'_{cp,\lambda,dis}} \leq 1$ Pero

$$f_f = \frac{M_{\text{máx}}}{W_o} = \frac{114.000}{823,7} = 138,4 \text{ Kg-f/cm}^2$$

Como: $A_{\text{crlt}} = S_t : f'_{cp} = \frac{P}{S_t} = \frac{P}{324,3} \text{ Kg-f/cm}^2$

$$\frac{138,4}{435,6} + \frac{P/324,3}{55,1} = 0,318 + \frac{P}{17.868,9} \leq 1$$



Si se adopta la igualdad :

$$P = (1 - 0,318) \times 17.868,9 = 12.187 \text{ Kg}$$

e) Verificación por Cizalle:

$$f_{cz} = \frac{4 \times Q_{\text{máx}}}{3 S_t} = \frac{4 \times 380}{3 \times 324,3} = 1,6 \text{ Kg/cm}^2 < F_{cz,dis} = 23,1 \text{ Kg/cm}^2$$

O.K.

RESPUESTA : El pilar puede soportar una carga de 12.187 Kg en su extremo superior.