

I N D I C E

	Pág.
1. La fórmula Franco-Inglesa como modelo matemático para la construcción de Tablas Locales de Volumen de plantaciones.	
por Jaime Latorre A.	1
2. Un método práctico para el cálculo del Area Basal y su aplicación en el cálculo de raleos.	
por Jaime Latorre A.	17

ESCUELA DE INGENIERIA FORESTAL
UNIVERSIDAD DE CHILE
Casilla 9206
Santiago, CHILE

El Departamento de Manejo Forestal inicia con este trabajo una serie de publicaciones orientadas a proporcionar antecedentes que contribuyan principalmente a perfeccionar su programa docente.

A causa de su corto período de desarrollo la Escuela de Ingeniería Forestal se ha visto abocada a impartir la enseñanza de técnicas que se utilizan en países de condiciones culturales y económicas distintas a las chilenas. Se trata en estos estudios de analizar la factibilidad de aplicación de las mencionadas técnicas a las condiciones del país y proporcionar por lo tanto una herramienta adecuada para el diario ejercicio de la labor profesional del ingeniero forestal.

Conscientes de que los trabajos que exponemos a continuación, constituyen sólo un primer intento en este sentido, el Departamento considerará de mucho valor toda crítica o aporte que contribuya al mejor conocimiento de estas materias.

ARNOLDO CONTRERAS H.
JEFE
DEPARTAMENTO MANEJO FORESTAL

"LA FORMULA FRANCO-INGLESA COMO MODELO MATEMATICO
PARA LA CONSTRUCCION DE TABLAS LOCALES DE VOLUMEN
EN PLANTACIONES".

JAIME LATORRE A.
DEPARTAMENTO DE MANEJO FORESTAL
ESCUELA DE INGENIERIA FORESTAL
U. DE CH. JUNIO 1968.

I N T R O D U C C I O N

Entre las Tablas Locales de Volumen estudiadas en el campo de la Dasome
tría existen, entre otras, aquellas desarrolladas por métodos matemáti-
cos, con las siguientes ventajas: (2)

- El método matemático disminuye el factor personal que tanto incide en las construcciones gráficas.
- Permite un cálculo fácil del Error de Estimación, en otras palabras, se sabe rápidamente con qué certeza estadística se hace una cu
bicación.
- El empleo de la fórmula final es sumamente sencillo.
- Al contrario del método gráfico, no requiere una gran cantidad de datos básicos.

En estas tablas, los investigadores han tenido que congeniar una buena exactitud con una simplicidad relativa en los cálculos, probando una se
rie de modelos matemáticos que representen los parámetros considerados.

Existen dos modelos generales que cumplen y destacan la condición "faci
lidad-precisión" antes mencionada; ellos son:

1.- La Ecuación Americana de Meyer (1949) que tiene la forma:

$$V = K DAP^b, \text{ en la cual:}$$

V = Volumen

DAP = Diámetro a la altura del pecho

K y b = Constantes.

2.- La Ecuación Franco-Inglesa (Hummel 1955 y Abadie 1956), que tiene la forma:

$$V = a + b \overline{DAP}^2$$

En este trabajo se pretende probar esta última ecuación en un bosque de pino insigne (*Pinus radiata* D. Don) al mismo tiempo que presentarla como modelo probable en la construcción de Tablas Locales de Volumen.

El bosque se encuentra ubicado en la provincia de Arauco, tiene aproximadamente una superficie de 3.200 hectáreas y es propiedad de la Caja Nacional de Empleados Públicos y Periodistas. Los datos básicos se tomaron en un período de 10 días e incluyeron 25 mediciones de DAP en cada clase diamétrica y cuyo resumen se presenta en el cuadro No 1. Estos valores diametrales sirvieron para calcular el Cuadro Básico de Volúmenes Aserrables según la Regla 1/4 Internacional. A partir de esta información básica se calculó la Ecuación de Volumen Aserrable que representa la Tabla Local. El cálculo se realizó por el Método de los Mínimos Cuadrados y su ajuste mediante el Error Standard de Estimación y el Coeficiente de Correlación. Se aplicó también la prueba de "t" para estimar la confiabilidad del coeficiente regresión, que equivale a la constante "b" del modelo matemático presentado.

Las unidades empleadas en los cálculos son las que exige habitualmente el mercado nacional de madera aserrada de pino insigne y son las si-

guientes:

DAP	= Pulgadas.
Largo de trozas	= 10 1/2 pies.
Volumen Aserrable	= Pulgadas Nominales o pulgada corta.
Pulgada Nominal	= 1" x 10" x 10 1/2 pies = 1" x 10" x 3,20 metros

Conclusiones.

1.- La Ecuación de Volumen que representa la Tabla Local de Volumen Aserrable para el bosque en estudio es:

$$V = - 4,174337 + 0,14198 \overline{DAP}^2$$

2.- Los valores estadísticos calculados indican que esta ecuación puede ser usada en dicho bosque.

3.- Se recomienda tratar de aplicar el modelo $V = a + b \overline{DAP}^2$ a los distintos bosques de pino insignie del país como una manera de probar su aplicabilidad como Tabla Local de Volumen.

Cuadro Nº 1.- Información Básica para Volimetría.

Trozas de 10 1/2 pies.. Tabla por hectárea.

Clase DAP (pulgs)	DAP medio (pulgs)	Diámetros Superiores S/C a la troza indicada (Pulgadas)									
		1a T	2a T	3a T	4a T	5a T	6a T	7a T			
		DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c	DS s/c
4	-										
5	-										
6	6.4	5.8									
7	7.2	6.1	6								
8	8.1	6.7	6.2	6.0							
9	9.0	7.1	6.8	6.3	6						
10	10.-	8.2	7.5	7.0	6.5	6					
11	11.1	9.1	8.5	7.8	7.1	6.3	5.9				
12	12.-	10.-	9.3	8.1	7.8	7.-	6.3				
13	13.-	10.5	9.6	8.9	8.1	7.-	6.2				
14	13.9	11.3	10.4	9.5	8.6	7.5	6.8	6.3			
15	15.1	12.3	11.3	10.6	9.7	8.7	7.4	4.1			
16	15.6	13.2	10.9	10.5	9.7	8.4	7.-	5.8			
17	16.8	14.-	13.-	11.9	10.7	9.4	8.7	6.5			
18	18.1	14.7	12.9	11.9	10.6	9.2	8.-	6.5			

Base : 25 árboles por clase de DAP.

Fuente : datos de terreno. Fundo Buena Esperanza Caja Nac. EE.PP. y P.

Cuadro No 2.- Tabla Básica de Volumen en Pulgadas Nominales.
Trozas de 10 1/2 pies. Regla 1/4 Internacional
Tabla por hectárea.

Clase DAP (Pulgs)	Dap Medio (Pulgs)	Volumen Acumulativo a la Troza indicada-Pulgs.nominales						
		1a T Vol	2a T Vol	3a T Vol	4a T Vol	5a T Vol	6a T Vol	7a T Vol
4								
5								
6	6.4	1.3						
7	7.2	1.4	2.8					
8	8.1	1.8	3.3	4.7				
9	9.-	2.-	3.8	5.4	6.8			
10	10.-	2.8	5.1	7.1	8.8	10.2		
11	11.1	3.6	6.7	9.2	11.2	12.8	14.1	
12	12.-	4.5	8.3	11.1	13.6	15.6	17.2	
13	13.-	5.1	9.2	12.6	15.4	17.4	18.9	
14	13.9	6.-	10.9	14.9	18.1	20.4	22.2	23.8
15	15.1	7.3	13.3	18.5	22.7	26.-	28.3	28.8
16	15.6	8.6	14.1	19.2	23.4	26.4	28.4	29.7
17	16.8	9.9	18.2	25.-	30.3	34.2	37.5	39.2
18	18.1	11.0	19.2	26.-	31.2	34.9	37.6	39.3

Fuente : Cuadro No 1.

Cuadro Nº 3.- Cálculo de la Ecuación de Volumen

(Método de los Mínimos Cuadrados)

$$V = a + b \overline{DAP}^2$$

Volumen en pulgadas nominales.

DAP	PULGS.	VOLUMEN	$\overline{DAP}^2$	$\overline{DAP}^4$	$\overline{DAP}^2 \times \text{VOLUMEN}$
6.4		1.3	40.96	1677.7216	53.248
7.2		2.8	51.84	2687.3856	145.152
8.1		4.7	65.61	4304.6721	308.367
9.0		6.8	81.00	6561.0000	550.800
10.-		10.2	100.00	10000.0000	1020.000
11.1		14.1	123.21	15180.7041	1737.261
12.-		17.2	144.00	20736.0000	2476.800
13.-		18.9	169.00	28561.0000	3194.100
13.9		23.8	193.21	37330.1041	4598.398
15.1		28.8	228.01	51985.5601	6566.688
15.6		29.7	243.36	59224.0896	7227.792
16.8		39.2	282.24	79659.4176	11063.808
18.1		39.3	327.61	107328.3121	12875.073
TOTALES:		236.8	2050.05	425235.9669	51817.487

Fuente : Cuadro Nº 2

$$\sum V = Na + b \sum \overline{DAP}^2 \quad (1)$$

$$\sum V \overline{DAP}^2 = a \sum \overline{DAP}^2 + b \sum \overline{DAP}^4 \quad (2)$$

Dividiendo la Ecuación (1) por n y la Ecuación (2) por $\overline{DAP}^2$ tenemos:

$$\frac{\sum V}{n} = a + b \frac{\sum \overline{DAP}^2}{n} \quad (3)$$

$$\frac{\sum V \overline{DAP}^2}{\sum \overline{DAP}^2} = a + \frac{b \sum \overline{DAP}^4}{\sum \overline{DAP}^2} \quad (4)$$

Restando (3) - (4) tenemos:

$$\frac{\sum V}{n} - \frac{\sum V \overline{DAP}^2}{\sum \overline{DAP}^2} = \frac{b \sum \overline{DAP}^2}{n} - \frac{b \sum \overline{DAP}^4}{\sum \overline{DAP}^2}$$

Reemplazando los valores del cuadro anterior en estas ecuaciones, tenemos:

$$\frac{236.8}{13} - \frac{51817.487}{2050.05} = \frac{b \ 2050.05}{13} - \frac{b \ 425235.4669}{2050.05}$$

Despejando:

$$b = 0.141980$$

Reemplazando este valor en la ecuación (3) tenemos:

$$a + b \frac{\overline{DAP}^2}{n} = \frac{V}{n}$$

$$a + \frac{0.141980 \times 2050.05}{13} = \frac{236.8}{13}$$

$$a = - 4.174337$$

Por lo tanto, la Ecuación final que representa la Tabla Local de Volumen es:

$$V = - 4.174337 + 0.141980 \ DAP^2$$

Prueba de t para el Coeficiente de Regresión de la Ecuación Calculada.-

$$(V = - 4.174337 \quad 0.141980 \quad \overline{DAP}^2)$$

Al aplicar la prueba de t al Coeficiente de Regresión podremos saber en qué nivel de probabilidad estamos trabajando al usar dicha ecuación; en otras palabras qué seguridad estadística tendremos al usar el coeficiente de regresión calculado: $b = 0.141980$.

El valor de t que calculemos, para $n - 2$ grados de libertad, nos dará el nivel de probabilidad estadística.

$$t = \frac{b}{EECR}$$

$$EECR = \frac{EEE}{\sqrt{\sum \overline{DAP}^2 - \frac{(\sum DAP)^2}{N}}}$$

t = Valor tabla Student.

b = Coef. de regresión.

EECR = Error Standard del Coeficiente de Regresión.

EEE = Error Standard de Estimación.

$$EEE = \sqrt{\frac{(V_o - V_c)^2}{N - 2}}$$

V_o = Volúmenes observados en terreno. Pulgadas Nominales.

V_c = Volúmenes calculados por la Ecuación. Pulgadas Nominales.

N = Grados de libertad. (Nº de árboles de la muestra)

El cálculo de estos valores se desarrolla en el cuadro Nº 4.

Cuadro Nº 4.- Cálculo del valor de t para el coeficiente de Regresión.-

DAP	V _o	V _c	V _o - V _c	(V _o - V _c) ²
6.4	1.3	1.6	0.3	0.09
7.2	2.8	3.1	0.3	0.09
8.1	4.7	5.1	0.4	0.16
9.0	6.8	7.3	0.5	0.25
10.-	10.2	10.0	0.2	0.04
11.1	14.1	13.3	0.8	0.64
12.-	17.2	16.2	1.0	1.00
13.-	18.9	19.8	0.9	0.81
13.9	23.8	23.2	0.6	0.36
15.1	28.8	28.2	0.6	0.36
15.6	29.7	30.3	0.6	0.36
16.8	39.2	35.9	3.3	10.89
18.1	39.3	42.3	3.0	9.00
				24.05

Fuente : Cuadro Nº 3 y Ecuación de Volumen.

Del Cuadro Nº 4:

$$\begin{aligned}
 EEE &= \sqrt{\frac{24.05}{11}} = \sqrt{2.186} = 1.4788 \text{ Pulgadas Nomi-} \\
 &\hspace{15em} \text{nales.} \\
 EECR &= \frac{1.4788}{\sqrt{2050.05 - \frac{24429.69}{13}}} = \frac{1.4788}{\sqrt{2050.05 - 1879.20}} \\
 &= \frac{1.4788}{\sqrt{170.85}} = \frac{1.4788}{41.335} \\
 EECR &= \frac{0.035775}{0.141980} \\
 t &= \frac{0.035775}{0.035775} = 3.968
 \end{aligned}$$

El valor de $t = 3.968$ para 11 grados de libertad ($N - 2$) es mayor que el valor que para esos mismos grados de libertad nos da la tabla de "Distribución de t " ($t = 3.106$) en el nivel de probabilidad equivalente al 99.5 %. Esto quiere decir, que podemos usar la ecuación calculada con un 99.5 % de seguridad.

Comparación entre los valores proporcionados por la fórmula y los valores reales de terreno.-

Este análisis nos permite determinar si existen diferencias significativas entre los valores que entrega la ecuación y los valores reales de terreno (Cuadro Nº 2). Para ello, también aplicamos la prueba de t . El valor que obtengamos lo compararemos con el que proporciona la tabla para $N - 1$ grados de libertad y un nivel de probabilidad dado.

El valor de t está dado por la relación:

$$t = \frac{\bar{X}_A - \bar{X}_B}{\sqrt{\frac{S^2 (N_A + N_B)}{(N_A)(N_B)}}$$

En la cual:

$\bar{X}_A$ = Media aritmética de los valores proporcionados por la Ecuación calculada.

$\bar{X}_B$ = Media aritmética de los valores de terreno.

S^2 = Varianza combinada.

N_A = Nº de árboles terreno.

N_B = Nº de árboles según ecuación.

Para calcular la varianza agrupada se sigue el procedimiento:

$$S^2 = \frac{SS_A + SS_B}{(N_A - 1) + (N_B - 1)}$$

En donde:

SS_A = Suma de cuadrados de los valores que proporciona la ecuación.

SS_B = Suma de cuadrados de los valores de terreno.

$$SS_A = \sum X_A^2 - \frac{(\sum X_A)^2}{N_A}$$

$$SS_B = \sum X_B^2 - \frac{(\sum X_B)^2}{N_B}$$

El Cuadro Nº 5 muestra los valores a partir de los cuales se hizo esta prueba.

Cuadro No 5.- Test de Significancia para la Ecuación de Volumen.

(Valores Volumétricos en pulgadas nominales)

DAP (Pulgs)	VALORES VOLUMETRICOS Terreno	VALORES VOLUMETRICOS Según ecuación	(VVT) ²	(VVE) ²
6.4	1.3	1.6	1.69	2.56
7.2	2.8	3.1	7.84	9.61
8.1	4.7	5.1	22.09	26.01
9.0	6.8	7.3	46.24	53.29
10.0	10.2	10.0	104.04	100.00
11.1	14.1	13.3	198.81	176.89
12.-	17.2	16.2	295.84	262.44
13.-	18.9	19.8	357.21	392.04
13.9	23.8	23.2	566.44	538.24
15.1	28.8	28.2	829.44	795.24
15.6	29.7	30.3	882.09	918.09
16.8	39.2	35.9	1536.64	1288.81
18.1	39.3	42.3	1544.49	1789.29
	236.8	236.3	6392.86	6352.51

Fuente : Ecuación Volumétrica y Cuadro No 2.

$$SS_A = 6392.86 - \frac{(236.8)^2}{13} = 2079.46$$

$$SS_B = 6352.51 - \frac{(236.3)^2}{13} = 2057.31$$

$$S^2 = \frac{2079.46 + 2057.31}{(13-1) + (13-1)} = 172.365$$

$$\bar{X}_A = \frac{236.8}{13} = 18.2153$$

$$\bar{X}_B = \frac{236.3}{13} = 18.1769$$

$$t = \frac{18.2153 - 18.1769}{\sqrt{\frac{172.365 \times (13+13)}{(13) \times (13)}}} = 0.00745$$

El valor de t que proporciona la tabla de Student para 26-2=24 grados de libertad y un 99 % de probabilidad es 2.797; valor que es muy superior al obtenido en el cálculo anterior, por lo tanto se puede concluir de que no hay diferencias significativas entre los valores reales de terreno y los que proporciona la ecuación de volumen.

Una última prueba estadística para comprobar la bondad de la ecuación franco-inglesa es el análisis de correlación que nos explica el grado de relación entre las variables consideradas. Usaremos para ello el coeficiente de correlación.

Este coeficiente puede calcularse según la fórmula:

$$r = \frac{N \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[N \sum x^2 - (\sum x)^2][N \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

r = Coef. de Correlación.

N = Nº de árboles considerados.

X = Volúmenes obtenidos según Regla 1/4 Internacional.

y = Volúmenes obtenidos por la ecuación.

El Cuadro Nº 6 presenta los valores a partir de los cuales se calculó dicho coeficiente.

Cuadro Nº 6.- Cálculo del Coeficiente de Correlación.

DAP (Pulg)	VOLUMENES (X) Terreno	VOLUMENES (y) Según ecuación	(X) (y)
6.4	1.3	1.6	2.08
7.2	2.8	3.1	8.68
8.1	4.7	5.1	23.97
9.0	6.8	7.3	49.64
10.0	10.2	10.0	102.00
11.1	14.1	13.3	187.53
12.-	17.2	16.2	278.64
13.-	18.9	19.8	374.22
13.9	23.8	23.2	552.16
15.1	28.8	28.2	812.16
15.6	29.7	30.3	899.91
16.8	34.2	35.9	1407.28
18.1	39.3	42.3	1662.39
	236.8	236.3	6360.66

Fuente : Cuadro Nº 2 y Ecuación de Volumen.

$$\begin{array}{lll} N \sum X \sum Y & = & 63 \times 6360.66 = 82.688.58 \\ \sum X \sum Y & = & 236.8 \times 236.3 = 56.074.24 \\ N \sum X^2 & = & 13 \times 6392.86 = 83.107.18 \\ (\sum X)^2 & = & (236.8)^2 = 56.074.24 \\ N \sum Y^2 & = & 13 \times 6352.51 = 82.582.63 \\ (\sum Y)^2 & = & (236.3)^2 = 55.837.69 \end{array}$$

$$r = \frac{82.688.58 - 56.074.24}{\sqrt{[83.107.18 - 56.074.24][82.582.63 - 55.837.69]}}$$

$$r = \underline{\underline{0.990.-}}$$

B I B L I O G R A F I A

- (1) YULE Y KENDALL "Introducción a la Estadística Matemática".
Edit. Aguilar.
- (2) PARDE, J. "Dendrometrie".
Editions de L'Ecole Nationale des Eaux et Forêts-
Nancy.
Francia. 1961.
- (3) U.S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE "Elementary Statistical Methods for Foresters". Forest Service.
Agriculture Handbook 317.