0006043

C. 3

INFORME TECNICO Nº 55



PRUEBA Y CORRECCION DE LAS TABLAS DE VOLUMEN PARA PINO INSIGNE (Pinus radiata D. Don)

INFOR

INSTITUTO FORESTAL
SANTIAGO - CHILE
ABRIL 1980.

INSTITUTO FORESTAL
DEPTO. INVENTARIO Y MENSURA

Informe Técnico N° 55

"PRUEBA Y CORRECCION DE LAS TABLAS DE VOLUMEN PARA PINO INSIGNE (Pinus radiata D. Don)"

Autor: Roland Peters N.

SANTIAGO–CHILE
1974

INFOR

Instituto Forestal
Inscripción N° 49052
Enero 1979

Instituto Forestal
Huérfanos 554 - Casilla 3085
Santiago - Chile

INFOR

INDICE

	Página
Resumen	3
Summary	5
1. Introducción	7
2. Datos Básicos	8
3. Criterio de prueba de la tabla	11
3.1. Errores típicos de estimación	11
3.2. Sobre-estimación o sub-estimación	11
3.3. Sesgos: su eliminación y prueba posterior de la tabla	17
4. Corrección de las tablas	33
5. Análisis de los resultados	35
Bibliografía	40

INFOR

RESUMEN

En este trabajo se probaron las tablas de volumen para pino insigne (**Pinus radiata D. Don**), elaboradas por el Instituto Forestal y publicadas en el Boletín N° 2 editado el año 1965. Como patrón de prueba se usaron volúmenes obtenidos por medición directa de árboles volteados.

Los datos básicos utilizados son mediciones de 568 árboles del proyecto "**Factores y Coeficientes para pino insigne**" que cubren las provincias de Valparaíso a Llanquihue.

Comprobada la inexactitud de las tablas de volumen se corrigieron estas tablas y se examinó la posibilidad de formular una metodología distinta para la construcción de nuevas tablas.

Las ecuaciones corregidas se obtuvieron separadamente para volumen cúbico y aserrable y para los distintos índices de utilización.

Frente a la alternativa de elaboración de nuevas tablas, y con el objeto de comprobar en este caso el supuesto de varianza constante en todos los niveles de las variables independientes se analizó la tendencia de la varianza del volumen con respecto a diámetro, altura y forma. Al encontrarse evidencia en contra de la homogeneidad de esta varianza se concluyó que el supuesto es inaceptable.

INFOR

SUMMARY

In this study volume tables for Monterey pine (**Pinus radiata D. Don**) prepared and edited by the Instituto Forestal in 1965, were tested. As a standard of comparison, volumes obtained by direct measurement of felled trees were used.

The basic data are measurements on 568 trees from the project "Conversion Factors and Coeficients for Monterey Pine", performed by the Instituto Forestal, covering the provinces from Valparaíso to Llanquihue.

Proven the inaccuracy of the volume tables, they were corrected and the possibility of formulating a distinct methodology for the construction of new tables was examined.

The corrected equations were obtained separately for cubic and sawable volumes and for different utilization indices.

Faced with the possibility of elaborating new tables, and in order to test the validjty of the assumption of constant variance at all levels of the independent variables, the trend of the variance of the volume related to diameter, height and from class was analysed. Not finding evidence of homogenity of this variance, it was concluded that the assumption is unacceptable.

INFOR

1. INTRODUCCION

Probar la precisión y exactitud de una tabla de volumen usada en la estimación del volumen de árboles individuales es un problema común.

En esta oportunidad las tablas probadas corresponden a las editadas por el Instituto Forestal como Boletín Técnico N° 2 en 1965, de amplio uso en todo el país.

Estas tablas se prepararon a partir de 616 árboles individuales medidos por la Corporación de Fomento de la Producción en las provincias de Linares a Malleco, mediante ecuaciones del tipo:

$$V_i = b_o + b_i\, d^2\, h\, f$$

donde:

V_i = volumen cúbico, aserrable o de madera para pulpa, según diversos índices de utilización sin corteza.
d = diámetro a la altura del pecho
h = promedio de la altura total
f = clase de forma de Girard

A continuación se indican, en el sistema métrico, las ecuaciones finales obtenidas para el cálculo de las diferentes tablas de volumen y sus correspondientes errores típicos.

CUADRO N° 1. ECUACIONES DE VOLUMEN CUBICO Y ASERRABLE SEGUN DISTINTOS INDICES DE UTILIZACION (INSTITUTO FORESTAL, 1965)

Volumen	Indice de Utilización cm	Ecuación	Error típico
Cúbico	10 cm	V = 0,033615 + 0,000000338791 d2 hf	0,0561 m3
Cúbico	15 cm	V = - 0,036302 + 0,000000343039 d2 hf	0,0626 m3
Cúbico	20 cm	V = - 0,158840 + 0,000000346956 d2 hf	0,0890 m3
Cúbico	25 cm	V = - 0,299456 + 0,000000340188 d2 hf	0,1652 m3
Aserrable	10 cm	V = - 24,435020 + 0,000082445 d2 hf	20,1 p.m
Aserrable	15 cm	V = - 34,749899 + 0,000083485 d2 hf	22,4 p.m
Aserrable	20 cm	V = - 54,162286 + 0,000084199 d2 hf	27,1 p.m
Aserrable	25 cm	V = - 81,494686 + 0,000083374 d2 hf	44,8 p.m
Pulpa	10 cm	V = 0,035156 + 0,000000338819 d2 hf	0,0563 m3

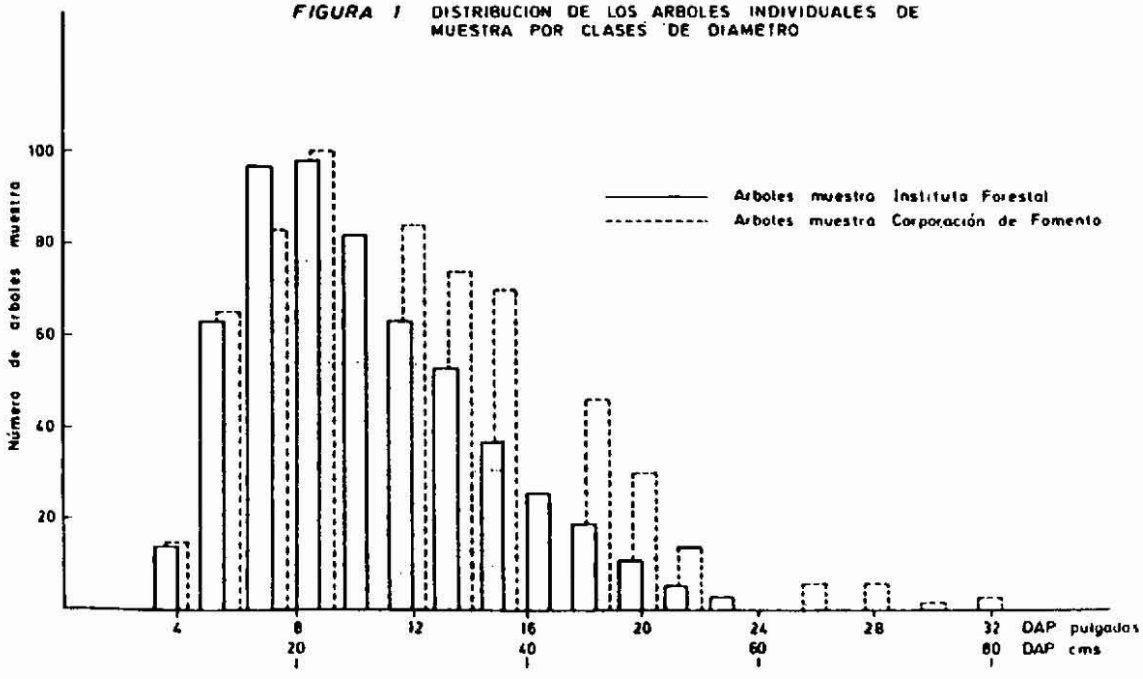
INFOR

2. DATOS BASICOS

Como padrón de comparación se usaron volúmenes obtenidos por medición directa de árboles volteados dentro del proyecto "**Factores y coeficientes para pino insigne**" y cuyo programa contempló con este objeto la medición de 588 árboles de pino insigne. Todos los árboles muestras correspondieron a individuos sanos, bien conformados, representativos de todo el rango de dimensiones, localidades, sitios, edades y condiciones silviculturales. La distribución de la muestra en relación a estas variables se puede observar en las figuras 1 a 6.

Las mediciones que se hicieron en todos los árboles fueron el diámetro a la altura de pecho, la altura total y los diámetros con corteza y sin corteza al extremo de cada una de las trozas comerciales, de 3.20 y 2.44 metros en que fueron divididos. El diámetro se midió con una aproximación de 0.01 m con huincha de diámetro. Para el cálculo del volumen cúbico hasta indices de utilización variables de 10, 15, 20 y 25 cm, se usó la fórmula de Smalian. El volumen aserrable se obtuvo de la aplicación de la regla internacional para 1/4" de ancho de corte.

FIGURA 1 DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES DE MUESTRA POR CLASES DE DIAMETRO



INFOR

FIGURA 2. DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES DE MUESTRA POR CLASES DE ALTURA

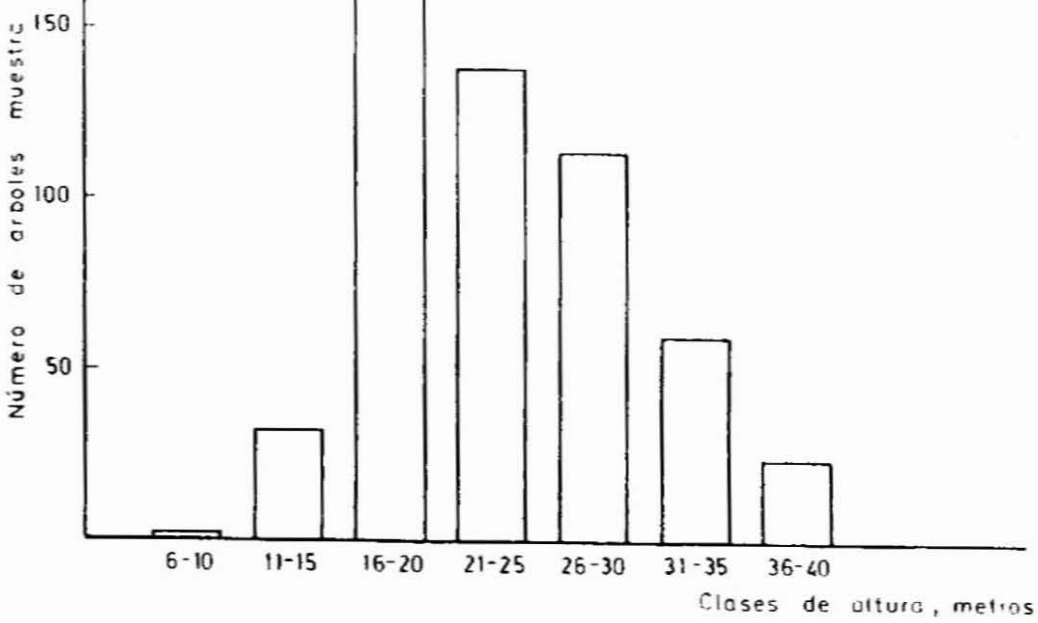


FIGURA 3. DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES DE MUESTRA POR CLASES DE FORMA DE GIRARD

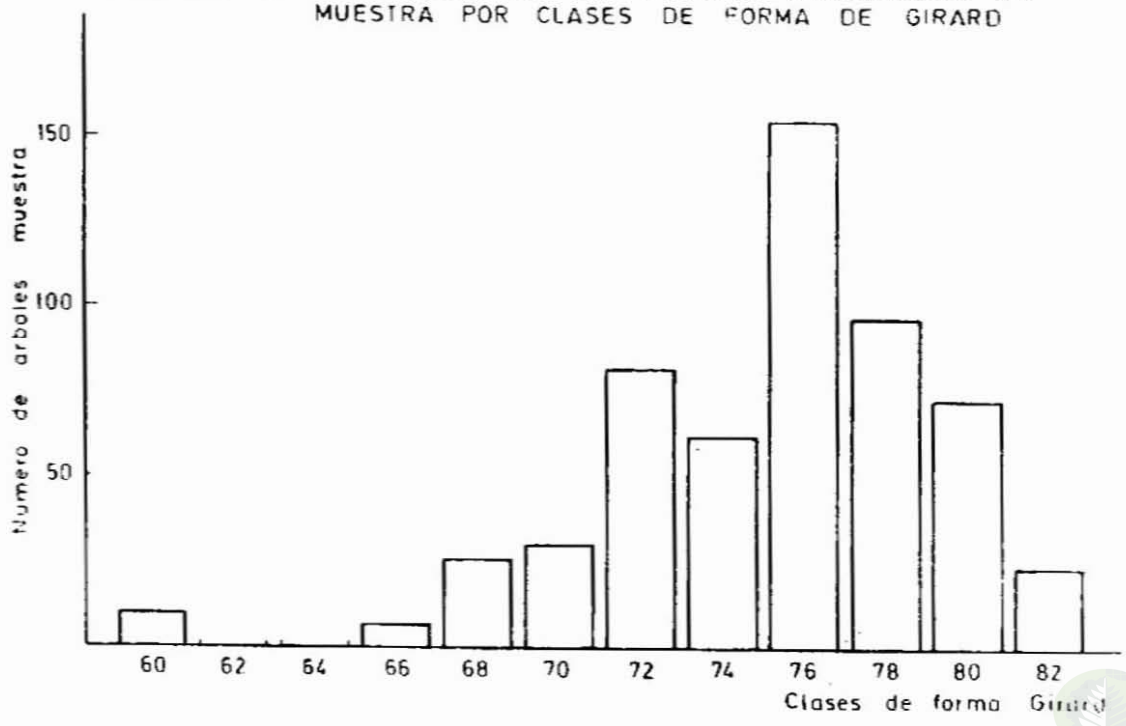


FIGURA 4. DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES DE MUESTRA POR CLASES DE INDICE DE SITIO.

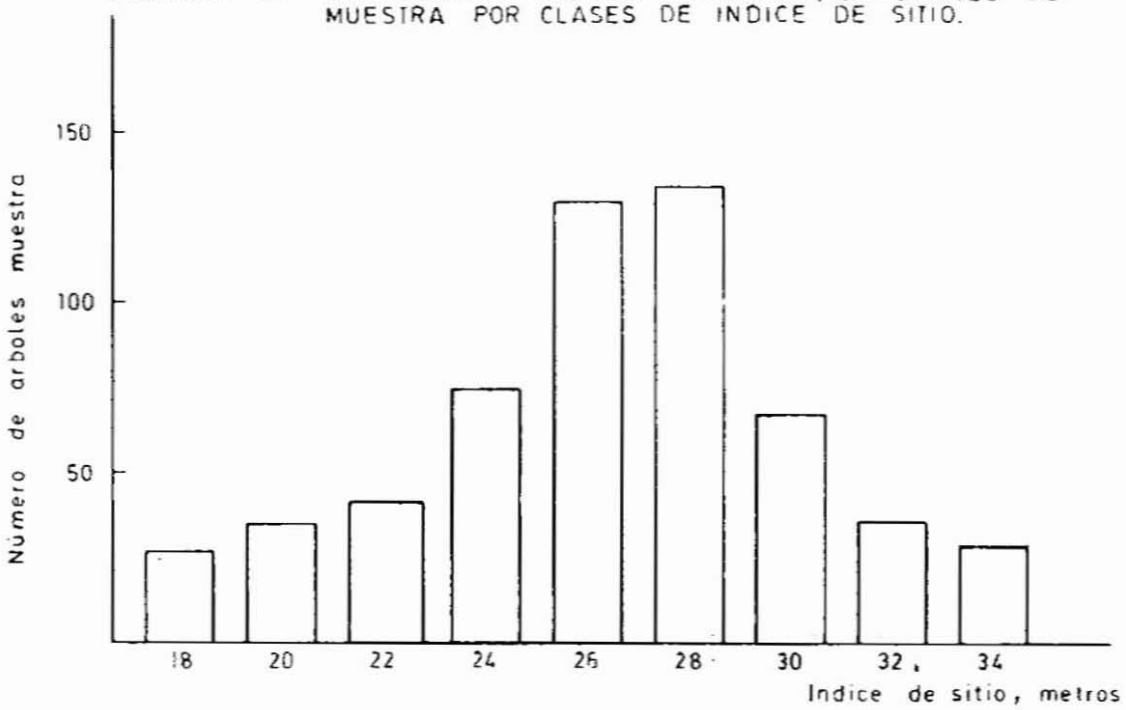
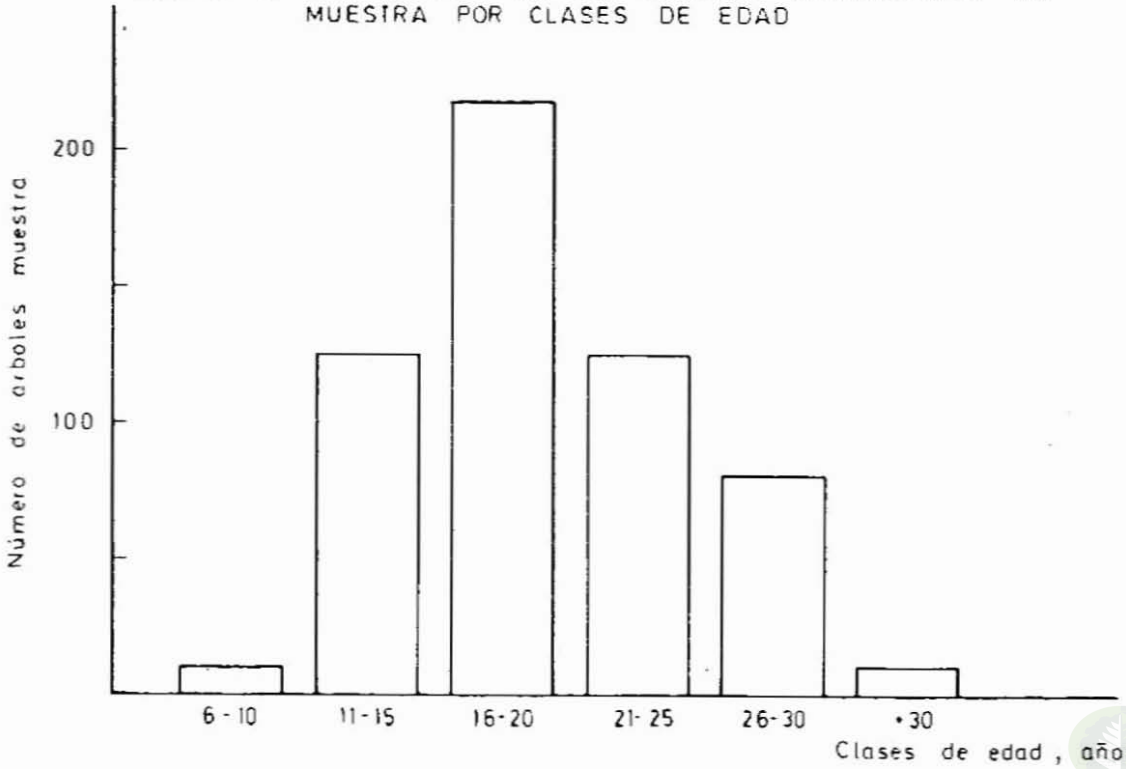


FIGURA 5. DISTRIBUCION DE LOS ARBOLES INDIVIDUALES DE MUESTRA POR CLASES DE EDAD



INFOR

3. CRITERIO DE PRUEBA DE LA TABLA

El mérito de la tabla se juzgará de acuerdo al grado de correspondencia entre los volúmenes entregados por la tabla y los volúmenes reales de aquellos árboles volteados y cubicados directamente. Algo inevitable es que la estimación difiera en algo de los valores reales. Si esta diferencia es constante o representa una determinada función del valor real, se dice que la tabla está sesgada; si la tabla da valores que fluctúan con mucha variabilidad alrededor de los valores reales, se dice que carece de precisión. Lógicamente la inexactitud dependerá de ambos; de los sesgos y de la falta de precisión.

El primer problema frente a la prueba de una tabla es decidir qué grado de diferencia, independiente de la fuente de error, puede ser tolerado. El criterio empleado en esta oportunidad es que la diferencia entre los valores reales calculados directamente y aquellos tabulados, sea despreciable en todo el rango dimensional de los árboles individuales y que no muestre determinadas tendencias en clases particulares. Si las diferencias sobrepasan los límites de tolerancia que se impongan, la fuente de error deberá ser eliminada o de lo contrario la tabla deberá ser descartada. La prueba de una tabla requiere según Freese, (1960) "de una precisión exigida, de una medición de la precisión lograda y finalmente, de un método objetivo de decisión que permita establecer si la precisión lograda es igual a la requerida".

3.1 Errores típicos de estimación.

Normalmente una tabla de volumen se considera exacta cuando su error típico de estimación alcanza un valor máximo del 10°/o; más allá ya se pueden inferir ciertas inexactitudes. Sin embargo, debemos recordar que el error típico es un valor promedio producto de las desviaciones en todo el rango dimensional de los árboles, por lo tanto es un parámetro que puede estar influenciado por determinadas tendencias en clases particulares. Es necesario, en consecuencia, de acuerdo al criterio de prueba planteado, establecer el error típico en relación a una de las variables independientes de nuestro modelo, diámetro, altura o forma. En este caso se realizó en relación al diámetro, cuadros 2 y 3 y figuras 6 y 7. En ellos es posible apreciar para todos los índices de utilización y ambos tipos de volúmenes, errores considerables en las cuatro, cinco y, en algunos casos, seis primeras clases diamétricas para luego disminuir y mantenerse entre el 8 °/o y el 20°/o según el índice de utilización, vislumbrándose una leve tendencia a aumentar en clases superiores.

Si se analizan los errores típicos promedios presentados en los Cuadros 2 y 3 y si comparamos con los originales en el Cuadro 1 puede comprobarse un leve aumento de sus valores absolutos, figuras 8 y 9. Cabe señalar, en relación a la determinación de los errores, que éstos, obviamente debían ser distintos de los obtenidos con ocasión de la construcción de la tabla, ya que se trata de una muestra distinta, no obstante presentar una distribución diamétrica muy similar, Figura 1. El que se muestren sistemáticamente superiores para ambos tipos de volúmenes y diversos índices de utilización, también tiene explicación, ya que los datos con los cuales se está probando la tabla incluyen árboles muestra de toda la zona geográfica comprendida entre Valparaíso y Llanquihue, en tanto que los datos originales fueron recolectados sólo entre Linares y Malleco. En cierta forma este leve incremento del error típico obedece a la ampliación de la muestra a provincias no consideradas en la elaboración original de la tabla. Un resultado de esta naturaleza, de probarse en el análisis posterior la eficiencia de esta tabla, permitiría recomendar la ampliación de su uso al resto del área de distribución del pino insigne.

Del análisis anterior nace una conclusión evidente: el error típico promedio está por sobre el límite exigido; sin embargo, en su relación con las clases de diámetros comprobamos que ese error promedio está distorsionado por un mal ajuste del modelo elegido en los diámetros inferiores. Es evidente que un mal ajuste de tipo parcial eleva el error típico muy por encima de los límites aceptables.

Será fundamental determinar, entonces, si los errores típicos para los diámetros menores se deben a una gran variabilidad de la estimada alrededor de los valores reales, o a un error tipo sistemático, ya sea sobre-estimación o sub-estimación.

3.2 Sobre-estimación o sub-estimación.

Lo antedicho se visualiza, en parte, calculando las desviaciones de los volúmenes estimados con respecto a los valores reales. Estas diferencias se presentan en relación a las clases de diámetro, para ambos tipos de volúmenes y todos los índices de u-

INFOR

CUADRO N° 2 ERROR TIPICO DE LA ESTIMACION DE VOLUMEN CUBICO POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

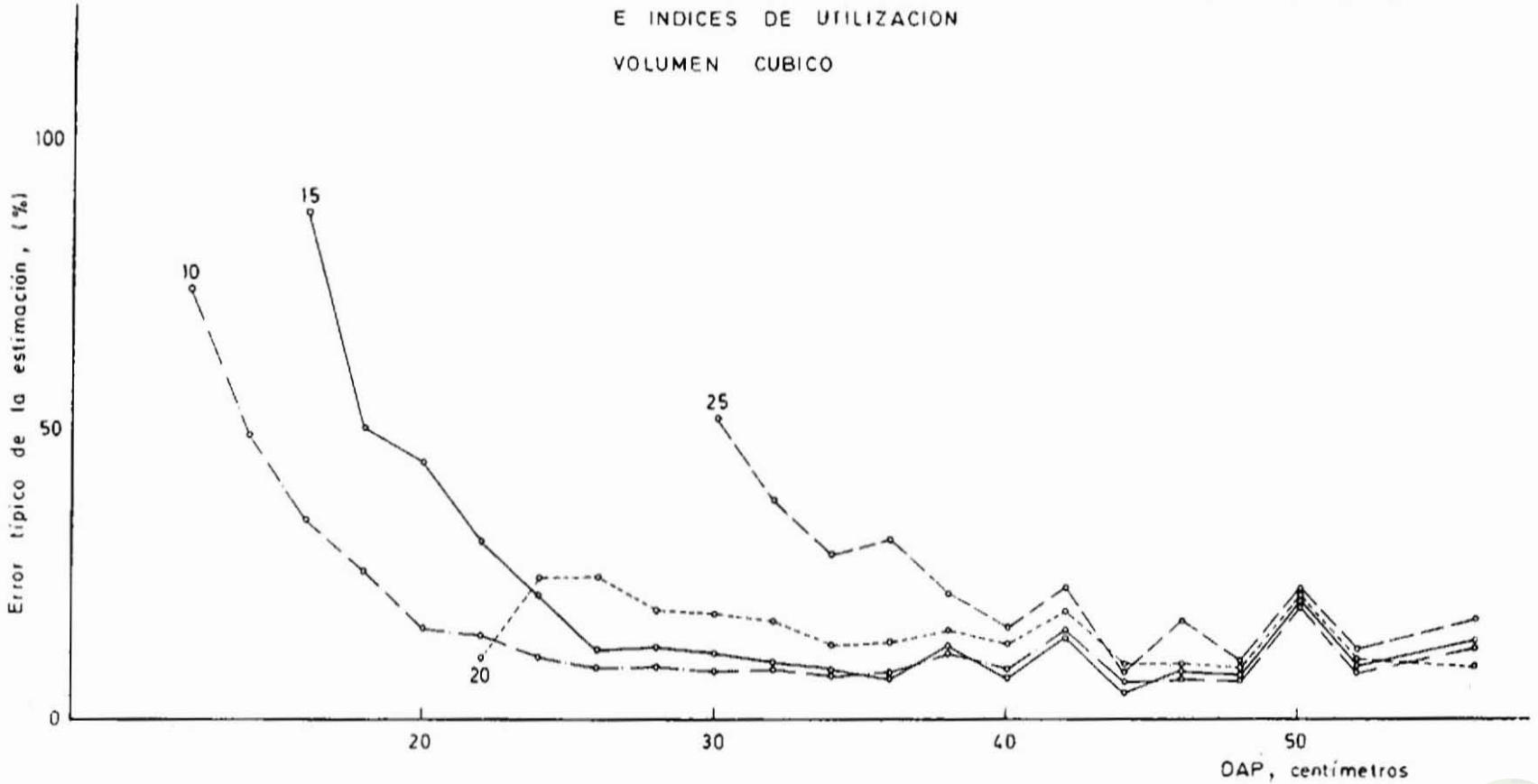
	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS											
	10			15			20			25		
Clases de DAP	N° de árboles muestra	Error m3	Típico °/o	N° de árboles muestra	Error m3	Típico °/o	N° de árboles muestra	Error m3	Típico °/o	N° de árboles muestra	Error m3	Típico °/o
12	13	0.0685	74,4	–	–	–	–	–	–	–	–	–
14	36	0.0566	49,2	–	–	–	–	–	–	–	–	–
16	48	0.0518	34.5	4	0.0987	86,3	–	–	–	–	–	–
18	49	0.0474	25,7	27	0.0630	80,0	–	–	–	–	–	–
20	52	0.0378	15,6	48	0.0784	44,0	–	–	–	–	–	–
22	43	0.0418	14,5	43	0.0684	30,5	2	0.0467	10,6	–	–	–
24	43	0.0398	10,8	43	0.0650	21,6	21	0.1039	24,1	–	–	–
26	39	0.0380	8,8	39	0.0430	11,7	34	0.1178	24,3	–	–	–
28	29	0.0532	9,8	29	0.0581	12,2	29	0.1080	18,7	2	0.2954	47,7
30	34	0.0586	8,6	34	0.0710	11,5	34	0.0924	18,4	9	0.2261	52,5
32	26	0.0661	8,5	26	0,0708	9,9	26	0.1010	16,9	19	0.1826	37,8
34	27	0.0678	7,5	27	0.0673	8,0	27	0.0933	12,9	23	0.1644	28,5
36	19	0.0722	8.0	19	0,0700	7,5	19	0.1094	13,4	19	0.2063	31,4
38	18	0.1154	11,6	18	0.1268	12,6	18	0.1478	16,5	17	0.1750	23,4
40	12	0.0846	7,9	12	0.0908	7,3	12	0.1493	12,8	12	0.1471	15,2
42	14	0.1959	15,1	14	0.2076	14,8	14	0.2430	18,8	14	0.2586	23,0
44	10	0.0939	6,4	10	0.0859	4,9	10	0.1496	9,1	10	0.1157	7,9
46	9	0.1414	7,1	9	0.1446	7,4	9	0.1703	9,3	9	0.2842	17,1
48	5	0.1384	6,7	5	0.1407	7,0	5	0.1562	8,2	5	0.1686	9,7
50	6	0.4398	19,1	6	0.4368	19,3	6	0.4341	20,0	6	0.4371	22,1
52	5	0,2233	8,1	5	0.2249	8,2	5	0.2866	10,9	5	0.2729	11,2
56	3	0,3762	12,5	3	0.4066	13,7	3	0.2775	9,6	3	0,4705	17,6
TOTAL	540	0,0774	13,6	421	0.0928	14,2	274	0,1315	16,7	153	0,1988	20,3

INFOR

FIGURA 6.

ERROR TIPICO DE LA ESTIMACION POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

VOLUMEN CUBICO



CUADRO N° 3 ERROR TIPICO DE LA ESTIMACION DE VOLUMEN ASERRABLE POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

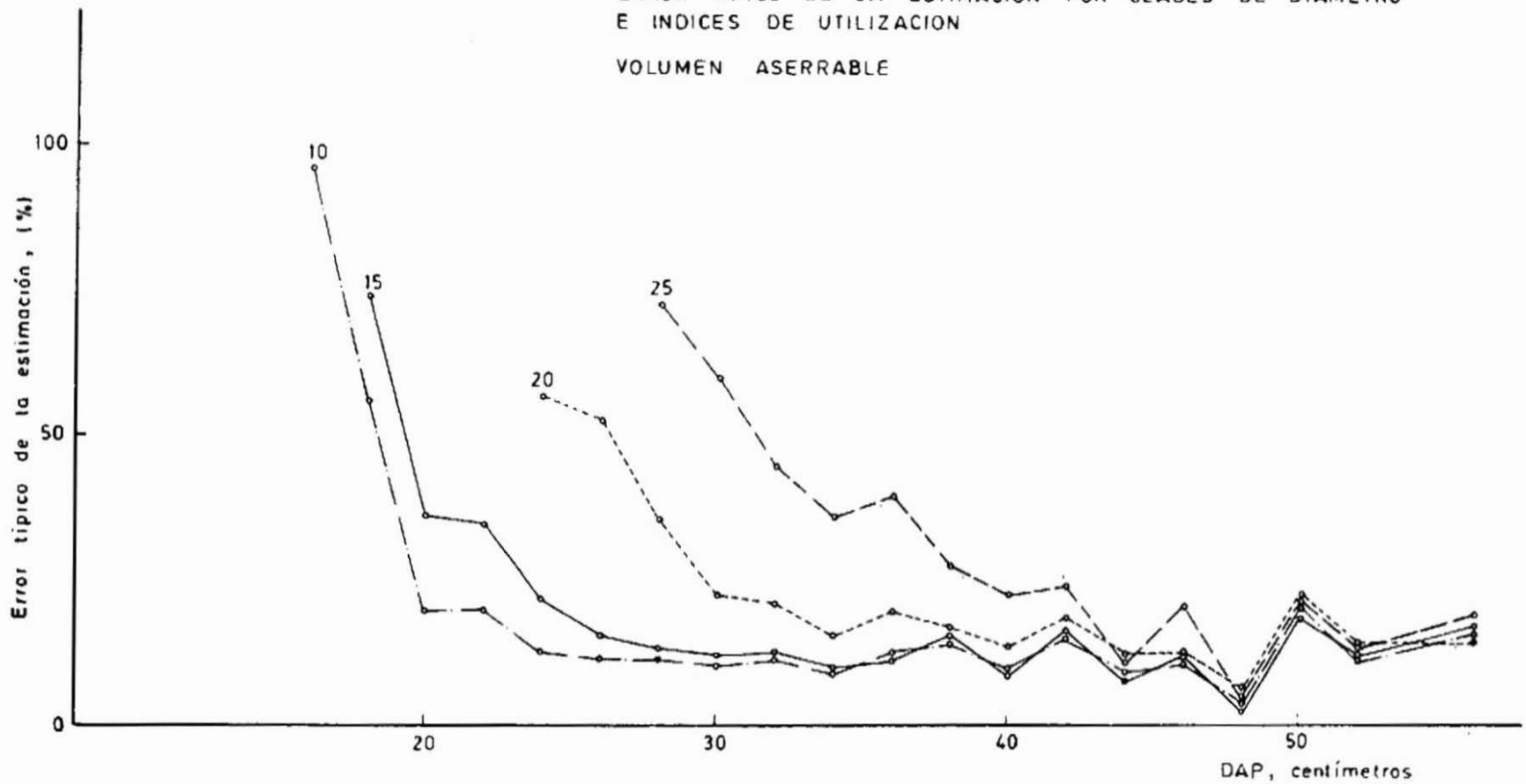
	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS											
	10			15			20			25		
Clases de DAP	N° de árboles muestra	Error p.m	Típico °/o	N° de árboles muestra	Error p.m	Típico °/o	N° de árboles muestra	Error p.m	Típico °/o	N° de árboles muestra	Error p.m	Típico °/o
14	6	9,0	47,3	–	–	–	–	–	–	–	–	–
16	34	7,0	95,8	2	7,0	83,3	–	–	–	–	–	–
18	45	7,5	55,9	19	5,9	73,8	–	–	–	–	–	–
20	51	5,2	19,4	48	6,4	36,4	–	–	–	–	–	–
22	43	7,5	19,7	43	9,8	34,4	2	25,3	443,8	–	–	–
24	43	7,4	13,0	43	10,3	21,8	20	19,7	56,7	–	–	–
26	39	8,4	11,6	39	9,4	14,9	34	25,5	52,5	–	–	–
28	29	11,1	11,2	29	12,2	13,5	29	25,4	35,3	2	72,1	72,7
30	34	13,8	10,4	34	15,6	12,6	34	23,7	22,3	9	58,1	59,6
–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–	–
32	26	18,2	11,7	26	18,1	12,4	26	27,1	21,0	19	49,3	44,6
34	27	17,2	9,2	27	16,9	9,5	27	24,8	15,5	23	48,2	36,2
36	19	26,7	12,8	19	25,2	12,6	19	35,2	19,2	19	60,0	39,2
38	18	32,5	14,4	18	32,8	15,0	18	35,8	17,8	17	48,6	27,7
40	12	27,8	9,8	12	25,6	9,3	12	36,2	13,9	12	51,7	22,6
42	14	48,1	15,0	14	49,0	15,6	14	54,2	18,1	14	64,0	23.9
44	10	34,7	8,6	10	32,9	8,3	10	48,7	12,7	10	42,5	12,1
46	9	49,0	10,9	9	49,3	11,1	9	55,0	12,8	9	82,3	20,7
48	5	12,2	2,6	5	13,7	3,0	5	18,3	4,0	5	22,0	5,3
50	6	106,2	20,2	6	104,7	20,0	6	107,3	21,0	6	105,9	22,2
52	5	72,7	11,3	5	74,3	11,7	5	90,0	14,4	5	81,3	13,8
56	3	110,2	15,8	3	117,3	16,9	3	99,7	14,6	3	124,8	19,3
TOTAL	478	20,6	16,4	411	23,1	16,9	273	33,76	19,1	113	53,7	23,1

INFOR

FIGURA 7.

ERROR TIPICO DE LA ESTIMACION POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

VOLUMEN ASERRABLE



INFOR

FIGURA 8. COMPARACION DE LOS ERRORES DE ESTIMACION DE VOLUMEN CUBICO OBTENIDOS EN AMBAS MUESTRAS

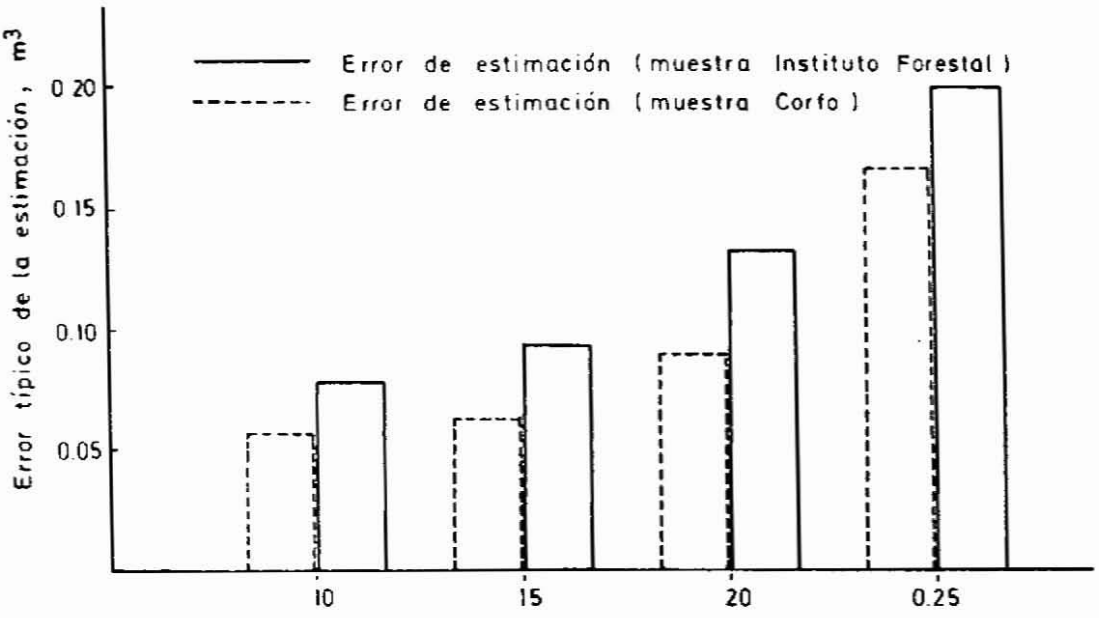
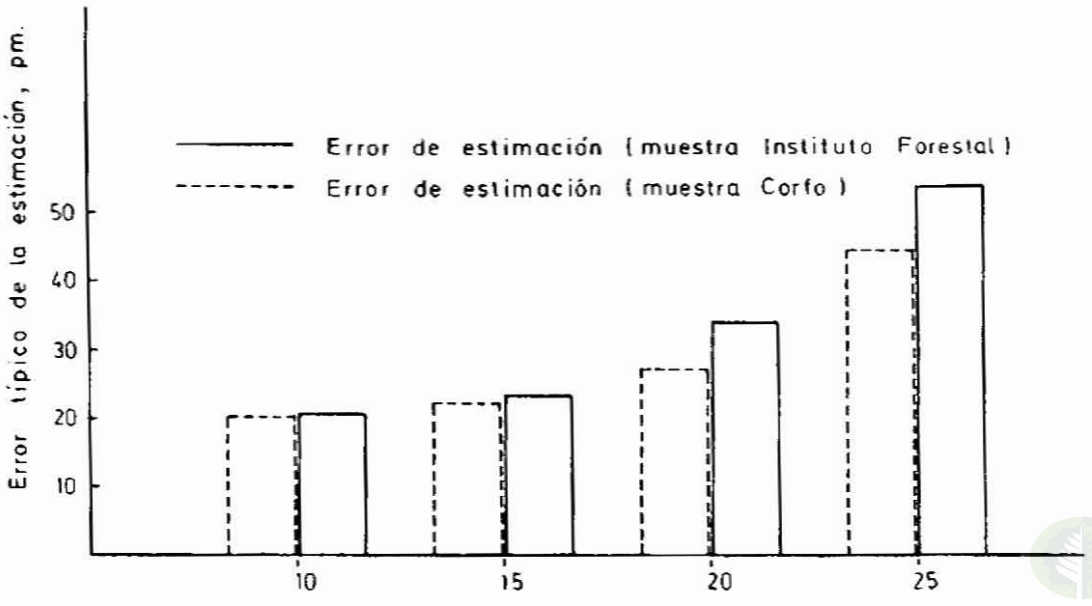


FIGURA 9. COMPARACION DE LOS ERRORES DE ESTIMACION DE VOLUMEN ASERRABLE OBTENIDOS EN AMBAS MUESTRAS.



INFOR

tilización en los Cuadros 4 y 5. Del análisis de estos valores se desprende claramente para los volúmenes cúbicos una **sobre-estimación** sistemática en las clases inferiores de diámetro, para luego pasar a una compensación de bajísimos errores positivos y negativos. En el caso del volumen aserrable, contrariamente, se produce una sub-estimación en las clases inferiores para un índice de utilización de 10 cm y luego una sobre-estimación menor al 10°/o pero sistemática. Para los índices 15, 20 y 25 hay una sobre-estimación sistemática, mayor en las clases bajas. Con el objeto de hacer más evidente la presencia de estos errores de tipo sistemático se incluyen los porcentajes de sobre-estimación y/o sub-estimación correspondientes en los cuadros 6 y 7 y sus representaciones gráficas en las figuras 10 a 17.

Resumiendo, de acuerdo al error típico de estimación promedio, se estaría en condiciones de rechazar las tablas de pino insigne, porque superan ampliamente el límite del 10°/o establecido como máximo. No obstante, del análisis posterior de los errores típicos y de las diferencias porcentuales por clases diamétricas, se desprendió que este valor promedio es sólo reflejo de un error de tipo sistemático o sesgo, presente en las clases de diámetros inferiores en cada una de las tablas probadas.

3.3 Sesgos: Su eliminación y prueba posterior de la tabla.

Comprobada la presencia de errores sistemáticos, será de gran interés probar la precisión de las tablas después de la eliminación de estos sesgos, lo cual es posible de acuerdo al método propuesto por Freese (1960). Si después de eliminar los sesgos, la tabla presenta un error típico inferior al 10°/o máximo planteado, se podrá fácilmente proceder a la corrección de la tabla, por el contrario, si el error típico se mantiene sobre el 10°/o, aún eliminando los sesgos, debemos definitivamente rechazarla y proceder a la construcción de nuevas tablas. Básicamente el test de Freese es el test de chi cuadrado en que la condición de precisión está dada en forma de un error típico máximo admisible. Este error típico máximo admisible se determina de acuerdo a las exigencias del usuario; el usuario especifica para qué error y grado de seguridad resulta aceptable la tabla de volumen.

Si el valor de chi cuadrado obtenido es mayor que el tabulado para los grados de libertad y el nivel deseado de probabilidad, se infiere que la tabla no da la necesaria exactitud. En nuestro caso podemos comprobar la sensibilidad del test propuesto por Freese ya que conocemos los errores típicos de la estimación de todas las tablas y en todas éstas sobrepasa el 10°/o máximo exigido; el test de Freese debe por lo tanto rechazarnos las tablas por inexactas.

El error típico máximo aceptable (S_x) se había fijado en un 10°/o. Este error típico corresponde según

$$E = t \quad S_{\bar{x}} \qquad (1)$$

para $t_{95°/o} = 1.96$

$$E = 1.96 \cdot 10 = 19.6°/o \quad 20°/o$$

a un error máximo admisible de un 20°/o para un 95°/o de probabilidad.

La condición impuesta a nuestra tabla será que en todo su rango de valores, la estimada caiga dentro del 20°/o de error máximo admisible para un 95°/o de probabilidad.

Simbólicamente esto significa

$$E_i = \frac{p \cdot \mu_i}{100} \qquad (2)$$

donde p = valor porcentual del error

μ_i = valor real

y nuestra hipótesis en forma de un error típico máximo admisible quedaría

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{E_i^2}{t^2} = \frac{p^2 \quad \mu_i^2}{(100\,t)^2} \qquad (3)$$

y la ecuación de chi cuadrado por lo tanto

$$\chi^2_{n(GL)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(x_i \quad \mu_i)^2}{S_{\bar{x}_i}^2} \qquad (4)$$

para $t_{95°/o} = 1.96$

$$\chi^2_{n(GL)} = \sum_{i=1}^{n} \frac{196^2\,(x_i \quad \mu_i)^2}{p^2 \quad i^2} \qquad (5)$$

$$\chi^2_{n(GL)} = \frac{196^2}{p^2} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \mu_i}{i} \right)^2 \qquad (6)$$

CUADRO N° 4 VOLUMEN CUBICO REAL (VR), ESTIMADO CON LA TABLA (VE) Y DIFERENCIAS POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

Clases de DAP	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS															
	10				15				20				25			
	N° de árboles muestra	Volumen m3			N° de árboles muestra	Volumen m3			N° de árboles muestra	Volumen m3			N° de árboles muestra	Volumen m3		
		Tabla	Real	Dif.		Tabla	Real	Dif.		Tabla	Real	Dif.		Tabla	Real	Dif.
12	13	0.092	0.031	+ 0.061												
14	36	0,115	0,061	+ 0,050												
16	48	0,150	0,103	+ 0,047	4	0,113	0,049	+ 0,064								
18	49	0,184	0,148	+ 0,036	27	0,126	0,073	+ 0,053								
20	52	0,241	0,210	+ 0,031	48	0,178	0,108	+ 0,070								
22	43	0,288	0,266	+ 0,022	43	0,224	0,180	+ 0,044	2	0,088	0,117	— 0,029				
24	43	0,368	0,351	+ 0,017	43	0,300	0,263	+ 0,037	21	0,199	0,128	+ 0,071				
26	39	0,429	0,430	— 0,001	39	0,365	0,355	+ 0,010	34	0,264	0,175	+ 0,089				
28	29	0,540	0,541	— 0,001	29	0,476	0,462	+ 0,014	29	0,361	0,289	+ 0,072	2	0,437	0,229	+ 0,208
30	34	0,677	0,694	— 0,017	34	0,615	0,624	0,009	34	0,502	0,442	+ 0,060	9	0,430	0,260	+ 0,170
32	26	0,771	0,782	— 0,011	26	0,709	0,720	0,011	26	0,595	0,558	+ 0,037	19	0,483	0,337	+ 0,146
34	27	0,896	0,915	— 0,019	27	0,836	0,853	0,017	27	0,722	0,706	+ 0,016	23	0,575	0,452	+ 0,123
36	19	0,988	0,957	+ 0,031	19	0,927	0,908	+ 0,019	19	0,815	0,755	+ 0,060	19	0,656	0,495	+ 0,161
38	18	1,062	1,086	— 0,024	18	1,005	1,038	— 0,033	18	0,892	0,923	— 0,031	17	0,747	0,717	+ 0,030
40	12	1,291	1,303	— 0,012	12	1,240	1,280	— 0,040	12	1,131	1 133	— 0,002	12	0,955	0,894	+ 0,061
42	14	1,451	1.502	— 0,051	14	1,400	1,470	— 0 070	14	1,292	1,376	— 0.084	14	1,124	1,105	+ 0,019
44	10	1,782	1 771	+ 0,011	10	1,737	1,749	— 0,012	10	1,631	1.610	+ 0.021	10	1,455	1,452	+ 0,003
46	9	1,978	1 939	+ 0,039	9	1,933	1,921	+ 0,012	9	1,832	1,832	+ 0,000	9	1,654	1,575	+ 0,079
48	5	2,050	2 133	— 0,083	5	2,004	2,090	— 0,086	5	1,905	1,972	— 0,067	5	1,725	1,829	— 0,104
50	6	2,300	2,364	— 0,064	6	2,159	2,228	— 0,069	6	2,162	2,222	— 0,060	6	1,976	2,037	— 0,061
52	5	2,756	2 767	— 0,011	5	2,721	2,754	— 0,033	5	2,830	2,651	+ 0,179	5	2,438	2,559	— 0,123
56	3	2,989	2,942	+ 0,047	3	2,958	2,897	+ 0,061	3	2,868	2,828	+ 0,040	3	2,669	2,669	— 0,000
TOTAL	540	0,589	0,574	+ 0,015	421	0,655	0,625	+ 0,030	274	0,789	0,756	+ 0,033	153	0,979	0,904	+ 0,075

INFOR

CUADRO Nº 5. VOLUMEN ASERRABLE REAL (VR), ESTIMADO CON LA TABLA (VE) Y DIFERENCIAS POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

Clases de DAP	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS															
	10				15				20				25			
	Nº de árboles muestra	Volumen p.m			Nº de árboles muestra	Volumen p.m			Nº de árboles muestra	Volumen p.m.			Nº de árboles muestra	Volumen p.m		
		Tabla	Real	Dif.		Tabla	Real	Dif.		Tabla	Real	Dif.		Tabla	Real	Dif
14	6	1,9	9,0	- 7,1												
16	34	7,3	13,1	- 5,8	2	8,4	7,5	+ 0,9								
18	45	13,4	19,3	- 5,9	19	12,8	10,4	+ 2,4								
20	51	26,7	29,3	- 2,6	48	17,6	16,4	+ 1,2								
22	43	38,0	39,9	- 1,9	43	28,5	28,9	- 0,4	2	5,7	5,8	- 0,1				
24	43	56,5	55,3	+ 1,2	43	47,2	45,0	+ 2,2	20	34,7	31,6	+ 3,1				
26	39	72,2	71,3	+ 0,9	39	63,1	62,4	+ 0,7	34	48,5	39,7	+ 8,8				
28	29	99,0	93,9	+ 5,1	29	90,2	84,8	+ 5,4	29	71,9	60,3	+ 11,6	2	99,1	48,7	+ 50,4
30	34	132,3	128,9	+ 3,4	34	123,8	120,8	+ 3,0	34	105,9	92,8	+ 13,1	9	97,4	53,8	+ 43,6
32	26	154,4	146,3	+ 8,1	26	146,4	139,6	+ 6,8	26	128,5	115,4	+ 13,1	19	110,3	67,7	+ 42,6
34	27	185,2	178,1	+ 7,1	27	177,5	171,2	+ 6,3	27	159,9	148,7	+ 11,2	23	133,0	93,5	+ 39,5
36	19	207,3	187,9	+ 19,4	19	199,8	182,7	+ 17,2	19	182,5	160,2	+ 22,3	19	152,8	102,8	+ 50,0
38	18	225,4	219,5	+ 5,9	18	218,2	214,3	+ 3,9	18	201,0	197,1	+ 3,9	17	174,9	154,9	+ 20,0
40	12	282,0	268,1	+ 13,9	12	275,5	265,2	+ 10,3	12	258,8	243,2	+ 15,6	12	228,4	129,9	+ 38,5
42	14	320,5	321,1	- 0,6	14	314,5	317,7	- 3,2	14	298,1	302,9	- 4,8	14	267,3	248,9	+ 18,4
44	10	400,8	384,6	+ 16,2	10	396,2	382,8	+ 13,4	10	380,6	381,0	+ 19,5	10	348,9	328,2	+ 20,7
46	9	448,9	432,9	+ 16,0	9	444,6	431,2	+ 13,4	9	429,3	416,8	+ 12,5	9	397,2	364,4	+ 32,8
48	5	466,9	467,3	- 1,4	5	461,8	462,7	- 0,9	5	446,6	449,3	- 2,7	5	414,4	422,0	- 7,6
50	6	527,0	518,7	+ 8,3	6	523,7	516,5	+ 7,2	6	509,0	500,5	+ 8,5	6	476,2	465,0	+ 11,2
52	5	638,3	631,4	+ 6,9	5	636,4	630,1	+ 6,3	5	622,7	615,9	+ 6,8	5	588,7	601,9	- 13,2
56	3	695,0	655,0	+ 40,0	3	693,8	650,8	+ 43,0	3	680,6	642,0	+ 38,7	3	646,1	611,3	+ 34,8
TOTAL	478	125,9	123,4	+ 2,5	411	136,9	132,9	+ 4,0	273	190,4	179,0	+ 11,4	153	231,8	200,7	+ 31,1

INFOR

CUADRO N° 6. DIFERENCIAS PORCENTUALES ENTRE VOLUMENES CUBICOS REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

Clases de DAP cm	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS			
	10	15	20	25
	°/o de sobreestimación o subestimación de la tabla (Entre paréntesis número de árboles muestra)			
12	+ 200,5 (13)	— —	— —	— —
14	+ 76,9 (36)	— —	— —	— —
16	+ 46,0 (48)	+ 132,1 (4)	— —	— —
18	+ 24,1 (49)	+ 73,5 (27)	— —	— —
20	+ 14,6 (52)	+ 64,8 (48)	— —	— —
22	+ 8,4 (43)	+ 24,6 (43)	− 24,9 (2)	— —
24	+ 4,8 (43)	+ 14,1 (43)	+ 55,6 (21)	— —
26	− 0,3 (39)	+ 2,7 (39)	+ 50,8 (34)	— —
28	− 0,2 (29)	+ 3,0 (29)	+ 25,0 (29)	+ 90,6 (2)
30	− 2,4 (34)	− 1,5 (34)	+ 13,6 (34)	+ 65,5 (9)
32	− 1,4 (26)	− 1,5 (26)	+ 6,6 (26)	+ 43,2 (19)
34	− 2,1 (27)	− 2,0 (27)	+ 2,2 (27)	+ 27,9 (23)
36	+ 3,2 (19)	+ 2,1 (19)	+ 7,9 (19)	+ 32,5 (19)
38	- 2,2 (18)	- 3,2 (18)	- 3,4 (18)	+ 4,2 (17)
40	- 0,9 (12)	- 3,1 (12)	- 0,2 (12)	+ 8,0 (12)
42	- 3,4 (14)	- 4,8 (14)	- 6,1 (14)	+ 1,7 (14)
44	+ 0,6 (10)	+ 0,7 (10)	+ 1,3 (10)	+ 0,2 (10)
46	+ 2,0 (9)	+ 0,6 (9)	+ 0,0 (9)	+ 5,0 (9)
48	- 3,9 (5)	- 4,1 (5)	- 3,4 (5)	- 5,7 (5)
50	- 2,7 (6)	- 3,1 (6)	- 2,7 (6)	- 3,0 (6)
52	- 0,4 (5)	- 1,2 (5)	- 0,8 (5)	- 4,8 (5)
56	+ 1,6 (3)	+ 2,1 (3)	+ 1,4 (3)	+ 0,0 (3)
TOTAL	+ 2,6 (540)	+ 4,8 (421)	+ 4,4 (274)	+ 8,3 (153)

INFOR

CUADRO N° 7 DIFERENCIAS PORCENTUALES ENTRE VOLUMENES ASERRABLES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA POR CLASE DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

Clase de DAP cm	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS			
	10	15	20	25
	°/o de sobreestimación o subestimación de la tabla (Entre paréntesis número de árboles muestra)			
14	- 79,0 (6)	— —	— —	— —
16	- 44,5 (34)	+ 11,9 (2)	— —	— —
18	- 30,6 (45)	- 23,4 (19)	— —	— —
20	- 8,9 (51)	+ 7,0 (48)	— —	— —
22	- 4,9 (43)	- 1,4 (43)	- 2,1 (2)	— —
24	+ 2,2 (43)	+ 4,8 (43)	+ 9,9 (20)	— —
26	+ 1,3 (39)	+ 1,2 (39)	+ 22,1 (34)	— —
28	+ 5,4 (29)	+ 6,4 (29)	+ 19,2 (29)	+103,5 (2)
30	+ 2,6 (34)	+ 2,5 (34)	+ 14,1 (34)	+ 81,1 (9)
32	+ 5,5 (26)	+ 4,9 (26)	+ 11,4 (26)	+ 63,0 (19)
34	+ 4,0 (27)	+ 3,7 (27)	+ 7,5 (27)	+ 42,2 (23)
36	+10,3 (19)	+ 9,4 (19)	+ 13,9 (19)	+ 48,6 (19)
38	+ 2,7 (18)	+ 1,8 (18)	+ 2,0 (18)	+ 12,9 (17)
40	+ 5,2 (12)	+ 3,9 (12)	+ 6,4 (12)	+ 18,4 (12)
42	- 0,2 (14)	- 1,0 (14)	- 1,6 (14)	+ 7,4 (14)
44	+ 4,2 (10)	+ 3,5 (10)	+ 5,4 (10)	+ 6,3 (10)
46	+ 3,7 (9)	+ 3,1 (9)	+ 3,0 (9)	+ 9,0 (9)
48	- 0,3 (5)	- 0,2 (5)	- 0,6 (5)	- 1,8 (5)
50	+ 1,6 (6)	+ 1,4 (6)	+ 1,7 (6)	+ 2,4 (6)
52	+ 1,1 (5)	+ 1,0 (5)	+ 1,1 (5)	- 2,2 (5)
56	+ 6,1 (3)	+ 6,6 (3)	+ 6,0 (3)	+ 5,7 (3)
TOTAL	+ 2,0 (478)	+ 3,0 (411)	+ 6,4 (273)	+ 15,5 (153)

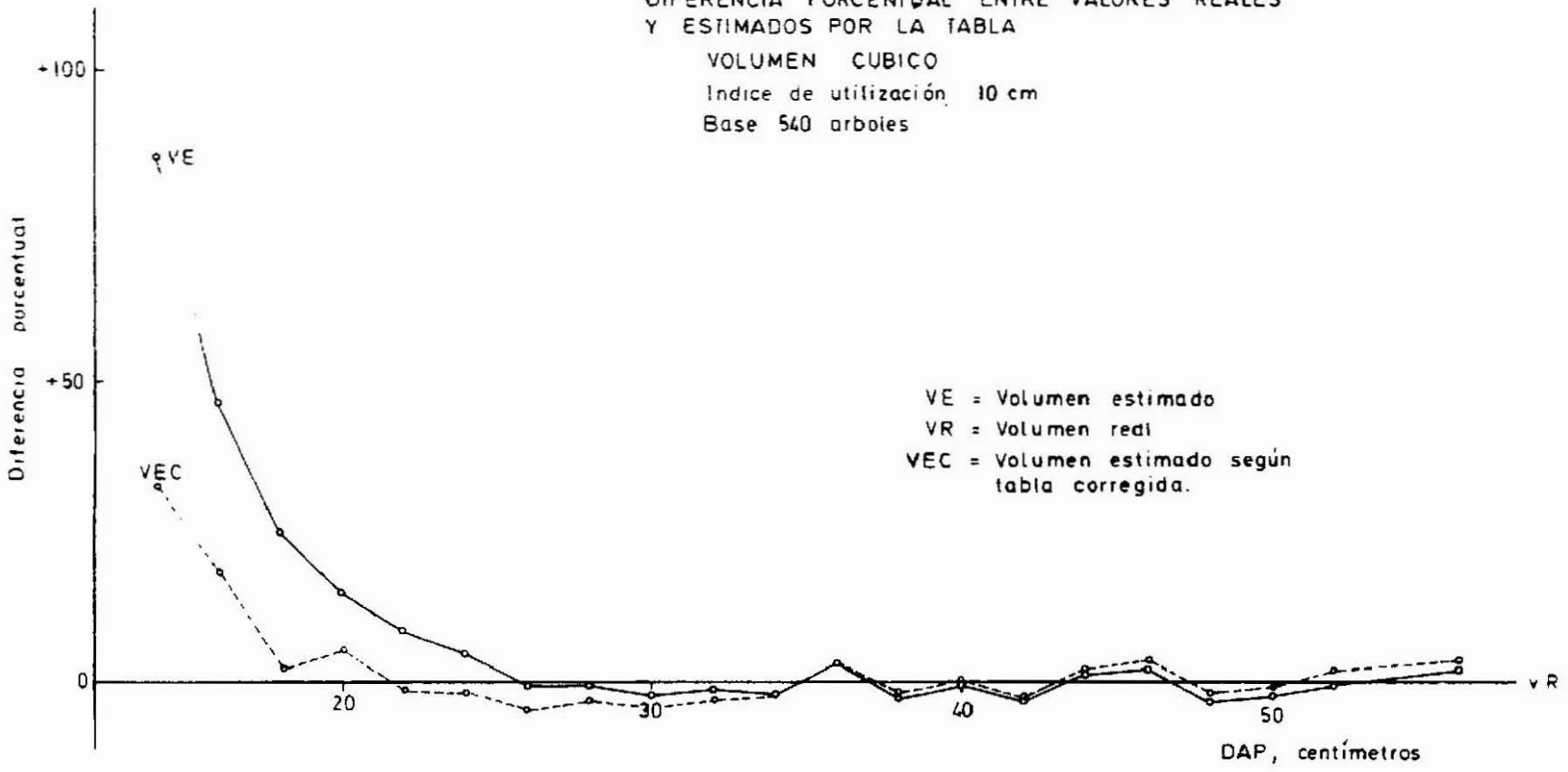
FIGURA 10.

DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA

VOLUMEN CUBICO

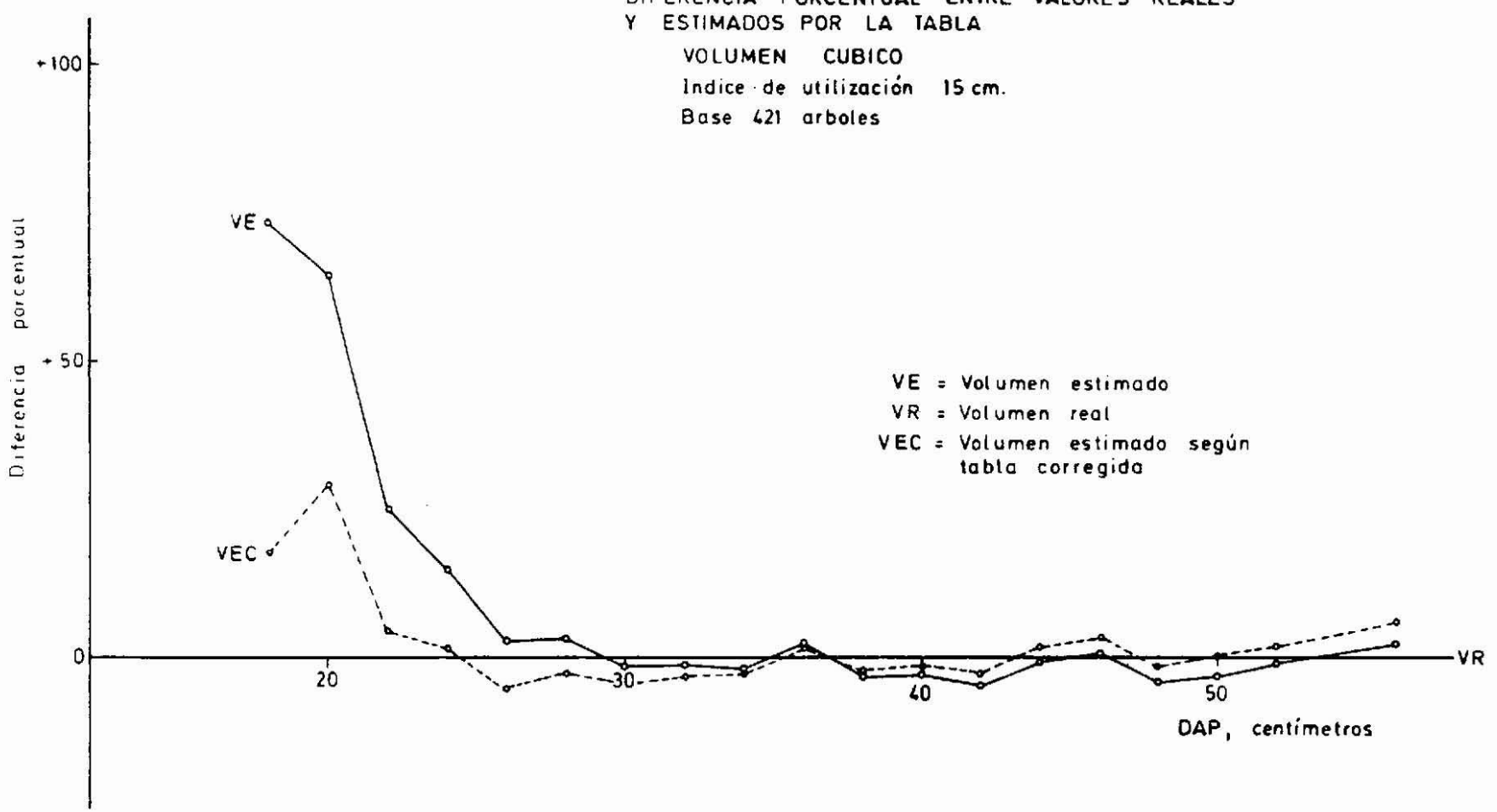
Indice de utilización 10 cm

Base 540 arboles



INFOR

FIGURA 11.



INFOR

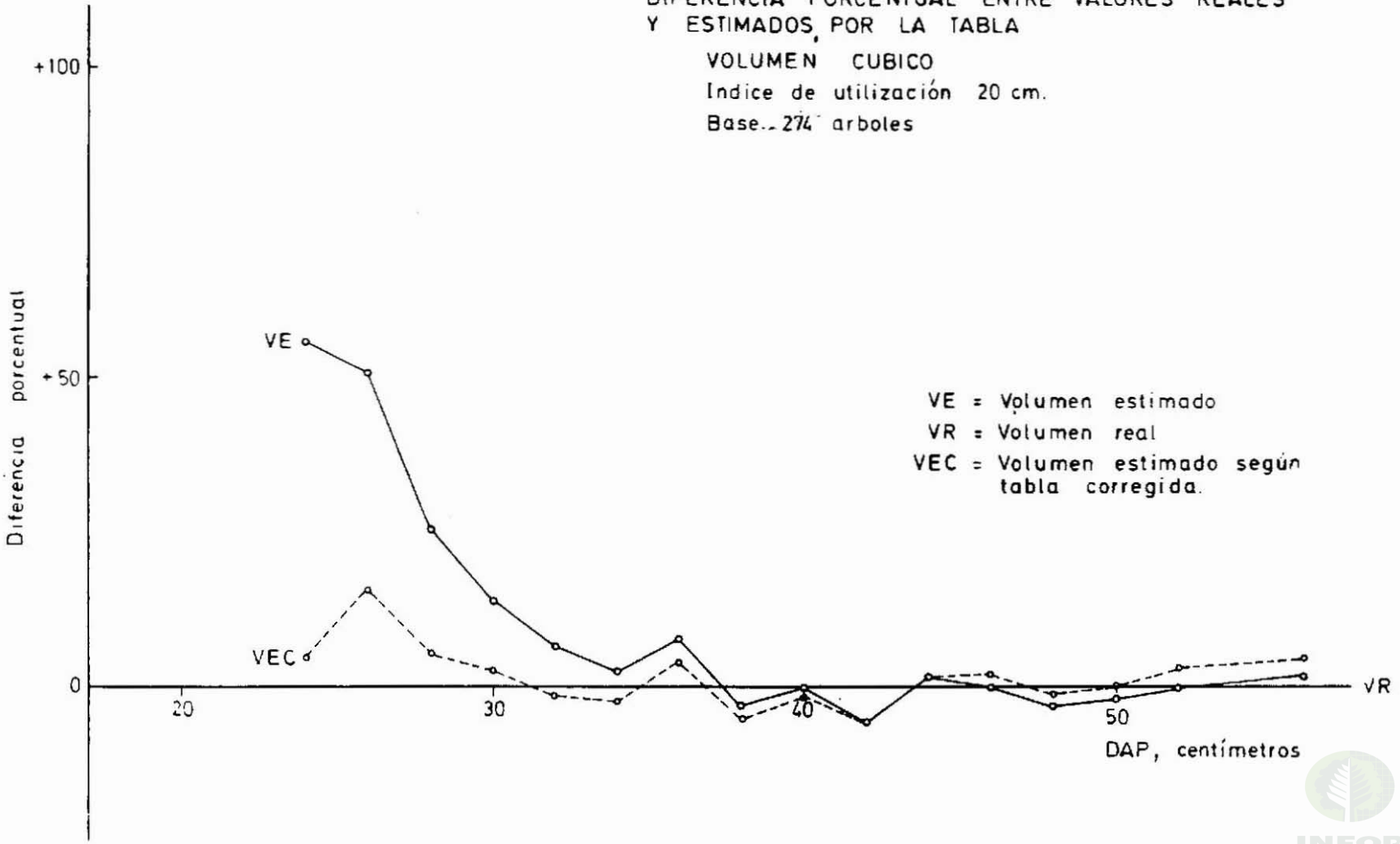
FIGURA 12.

DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS, POR LA TABLA

VOLUMEN CUBICO

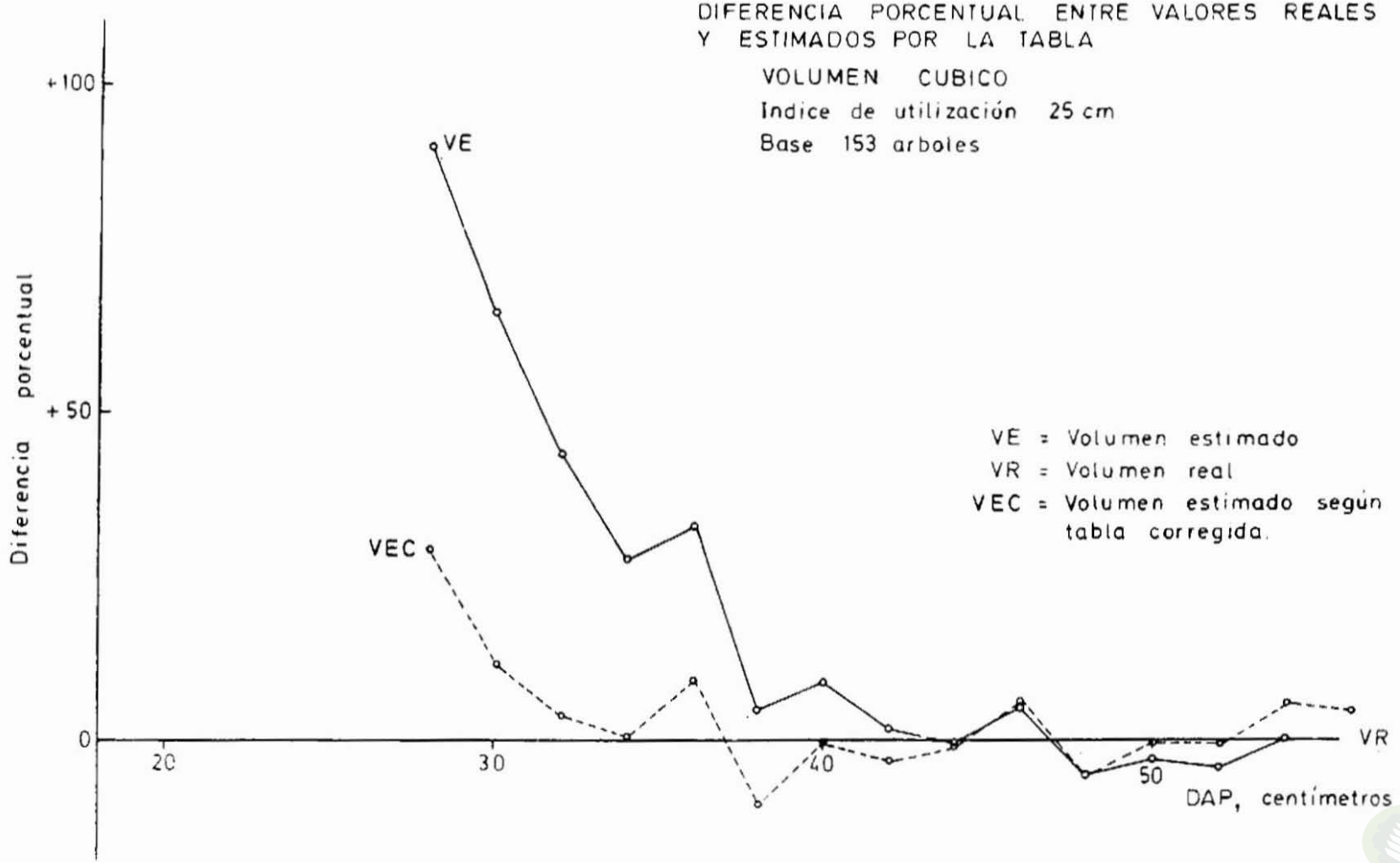
Indice de utilización 20 cm.

Base.. 274 arboles



INFOR

FIGURA 13.


DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA
VOLUMEN CUBICO
Indice de utilización 25 cm
Base 153 arboles
+100
+50
0
Diferencia porcentual
VE
VEC
VR
VE = Volumen estimado
VR = Volumen real
VEC = Volumen estimado según tabla corregida.
20
30
40
50
DAP, centímetros

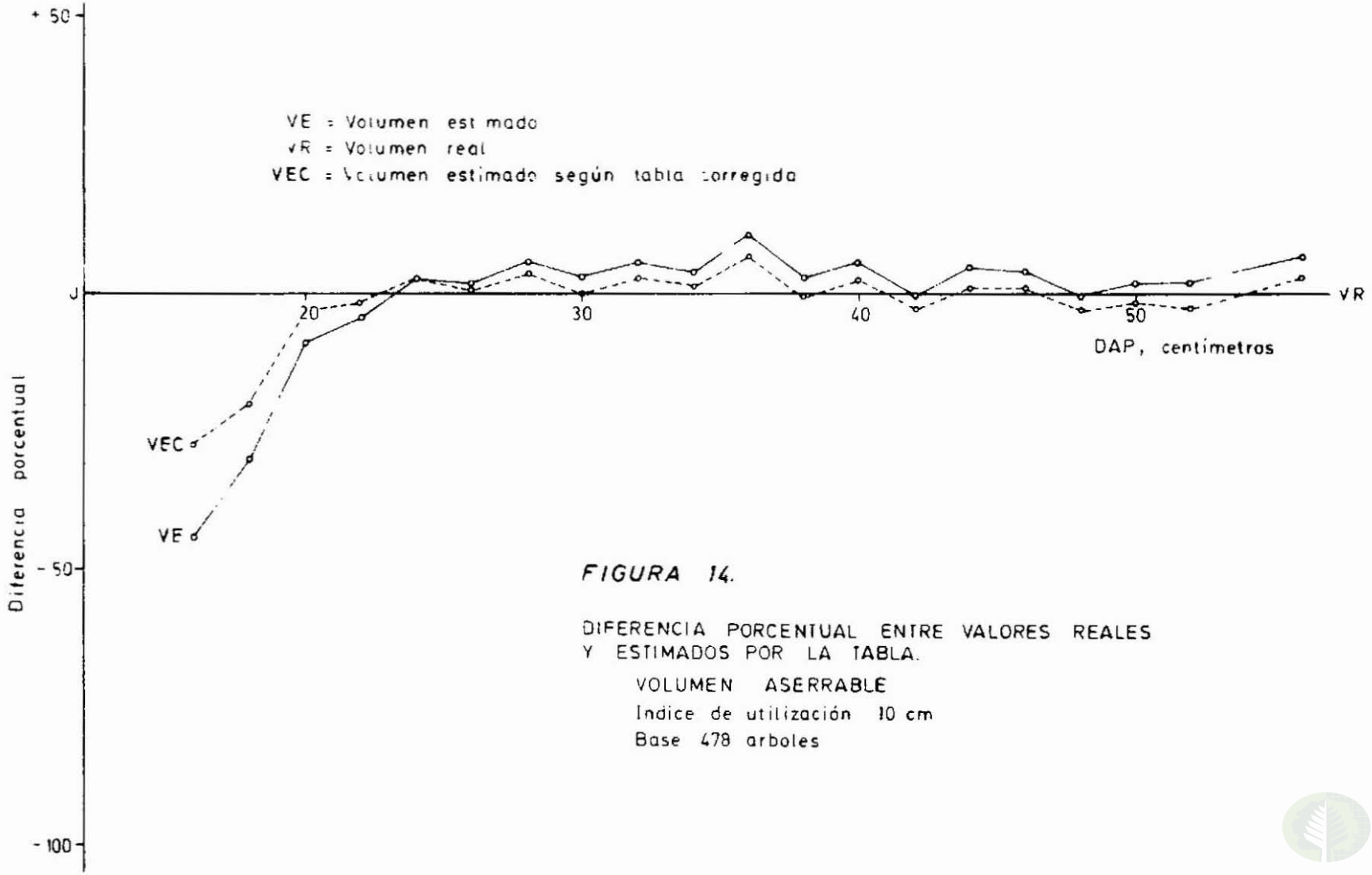


FIGURA 14.

DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA.

VOLUMEN ASERRABLE

Indice de utilización 10 cm

Base 478 arboles

INFOR

FIGURA 15.

DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA

VOLUMEN ASERRABLE

Indice de utilización 15 cm.

Base 411 arboles

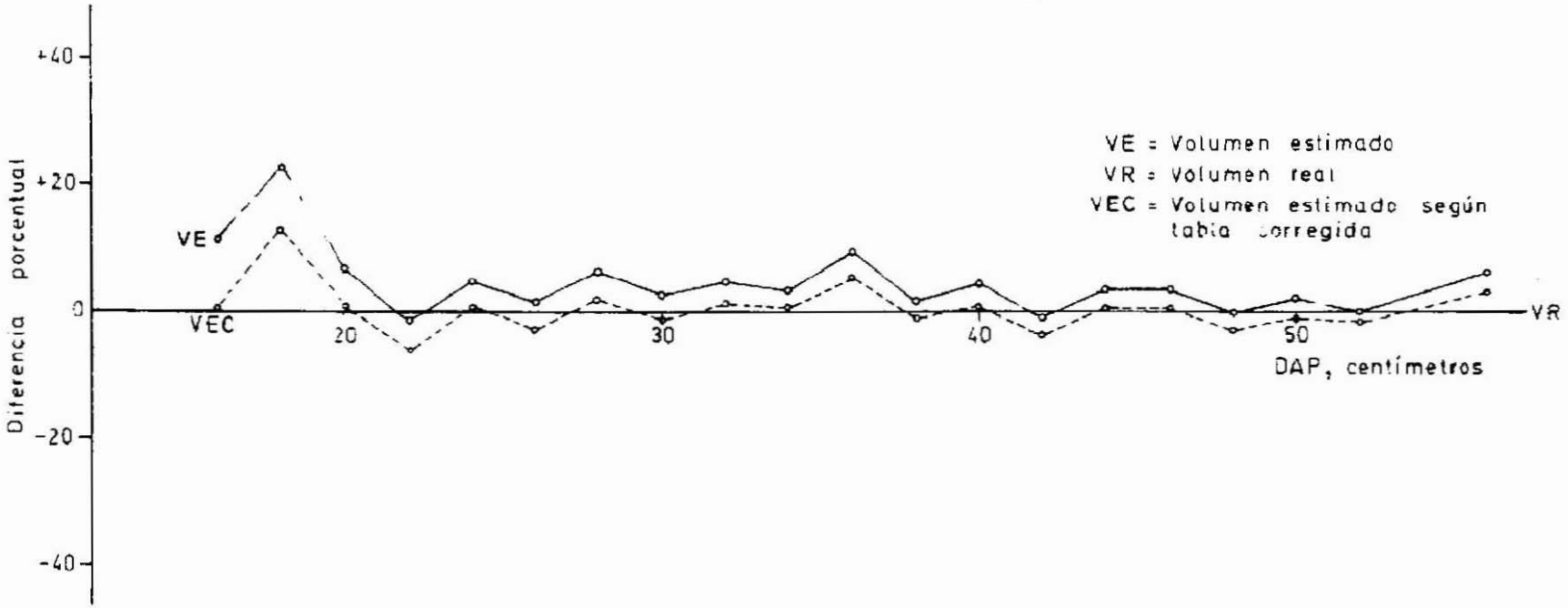


FIGURA 16.

DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA

VOLUMEN ASERRABLE

Indice de utilización 20 cm.

Base 273 arboles

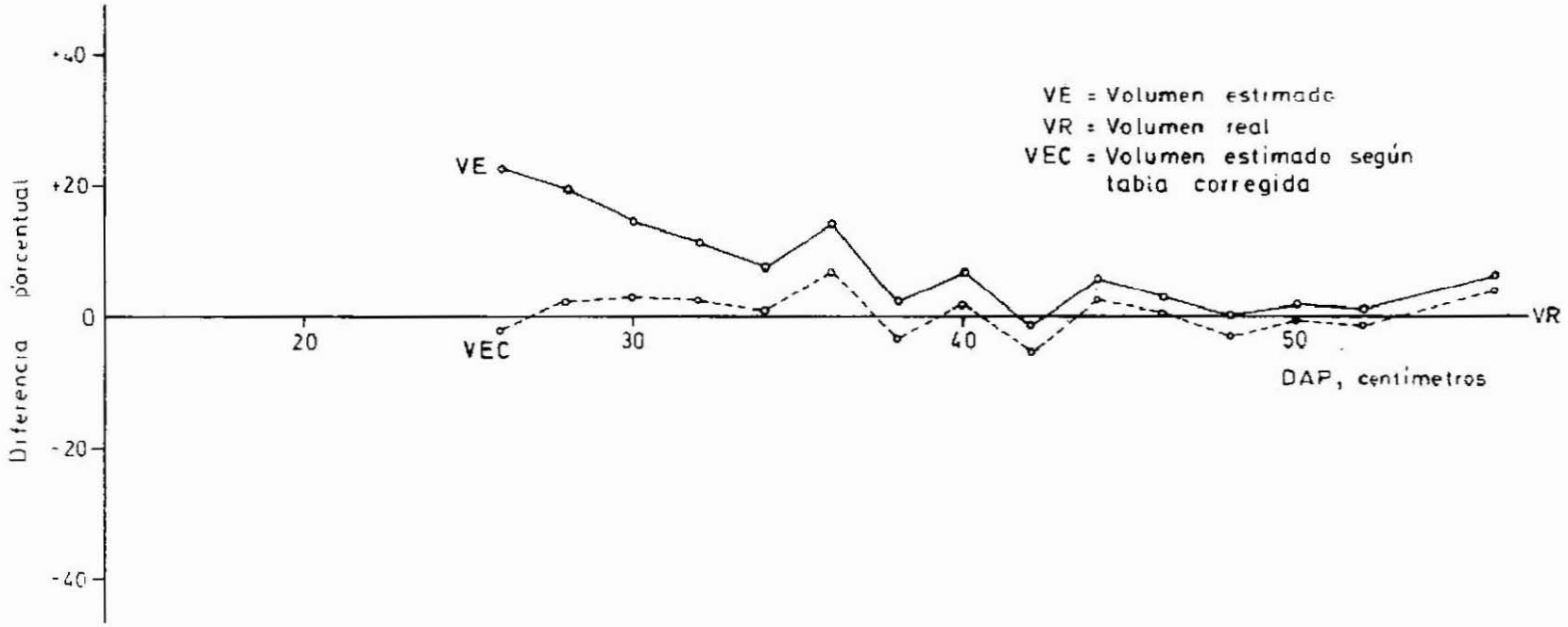


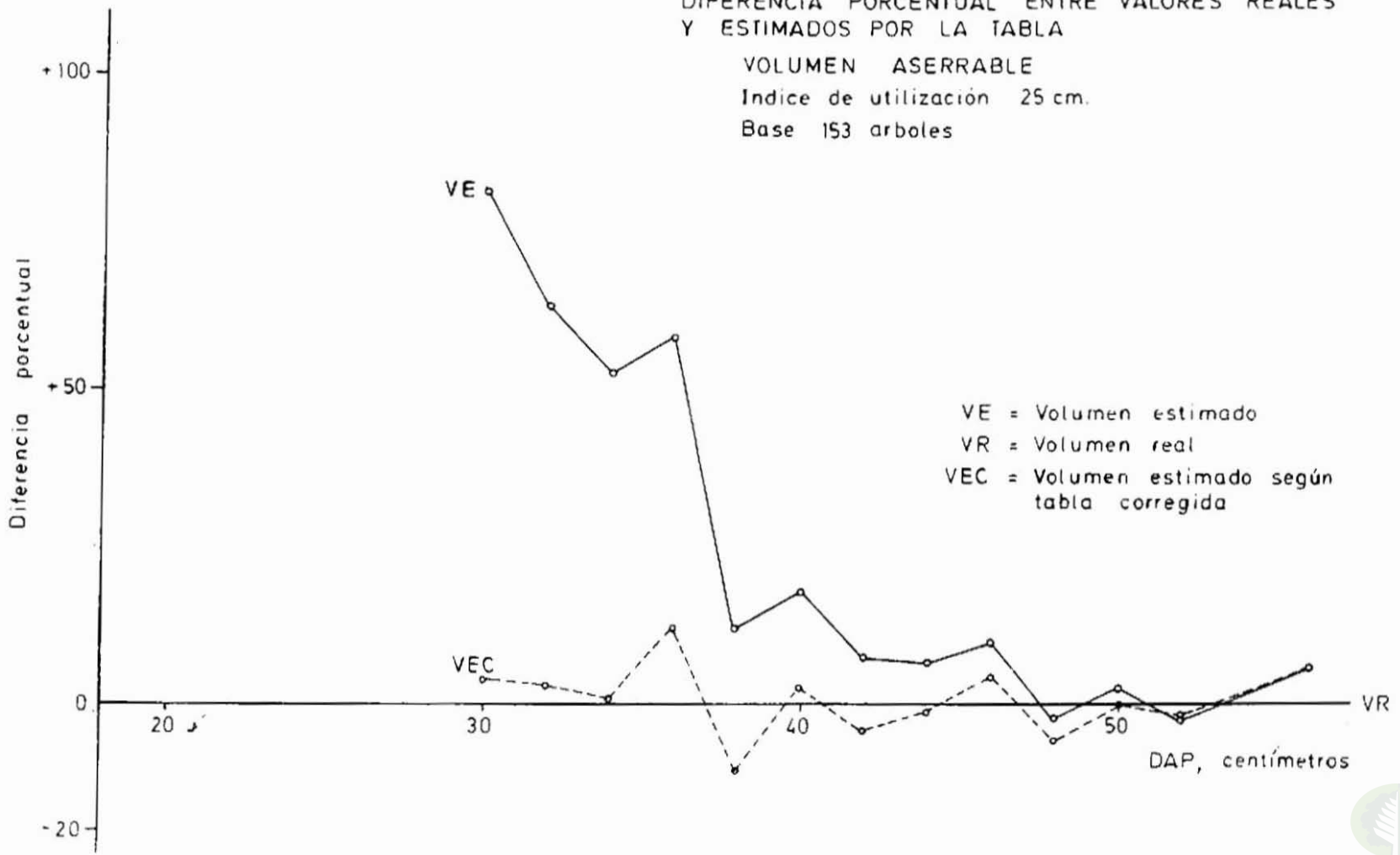
FIGURA 17.

DIFERENCIA PORCENTUAL ENTRE VALORES REALES Y ESTIMADOS POR LA TABLA

VOLUMEN ASERRABLE

Indice de utilización 25 cm.

Base 153 arboles



INFOR

Realizado el test de Freese para todas las tablas, el valor de chi tabulado es inferior al calculado, lo que significa un rechazo de la hipótesis, confirmándose lo determinado anteriormente: que las tablas no tienen la precisión requerida. Los resultados del test se incluyen en el Cuadro 8.

CUADRO N° 8. RESULTADOS DEL TEST DE FREESE PARA UN ERROR MAXIMO DE UN 20 °/o CON UN 95 °/o DE PROBABILIDAD

Volumen	Indice de Utilización	N° de árboles muestra	Valor de chi cuadrado para n grados de libertad	
			Calculado	Tabulado
Cúbico	10	540	3.481,4	594,9
Cúbico	15	421	3.650,3	469,6
Cúbico	20	274	1.731,0	313,3
Cúbico	25	153	1.077,5	182,6
Aserrable	10	478	1.151,0	529,7
Aserrable	15	411	524,1	458,9
Aserrable	20	273	437,3	312,2
Aserrable	25	153	2.640,9	182,6

Sin embargo, de gran ventaja y en este caso, objetivo principal de la aplicación del test de Freese, es la posibilidad de eliminar los sesgos presentes en la estimación y, posteriormente a ello, probar nuevamente la precisión de la Tabla.

Una eliminación aproximada del error sistemático se logra bajo el supuesto de que éste es constante para todos los valores de μ_i. Su estimación por lo tanto se logra, según Freese, a través de

$$B = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{n} \quad (\bar{x}_i - \bar{\mu}_i) \qquad (7)$$

donde:

B = valor del sesgo

d_i = desvío entre valor estimado y real

$\bar{x}$ = media de valores estimados

$\bar{\mu}$ = media de los valores reales.

En este caso, el test de Freese nos permitiría el cálculo de nuestro valor de chi cuadrado, a través de

$$\chi^2_{n-1(GL)} = \frac{196^2}{p^2} \sum \left(\frac{x_i - \mu_i}{\mu_i} \right)^2 - n \left(\frac{\bar{x}_i - \bar{\mu}_i}{\bar{\mu}_i} \right)^2 \qquad (8)$$

Efectuado este análisis se pueden apreciar en los resultados del Cuadro 9, que no hubo reducciones sustanciales en los valores de chi calculados

INFOR

CUADRO N° 9. RESULTADOS DEL TEST DE FREESE ELIMINADOS LOS SESGOS COMO CONSTANTE PARA UN ERROR MAXIMO DE UN 20 °/o CON UN 95 °/o DE PROBABILIDAD

Volumen	Indice de Utilización	N° de árboles muestra	Valor chi cuadrado para n-l grados de libertad	
			Calculado	Tabulado
Cúbico	10	540	3.446,1	593,8
Cúbico	15	421	3.626,0	468,5
Cúbico	20	274	1.682,6	312,2
Cúbico	25	153	976,2	181,4
Aserrable	10	478	1.132,7	528,6
Aserrable	15	411	487,9	457,9
Aserrable	20	273	337,8	311,1
Aserrable	25	153	2.288,2	181,4

De los Cuadros 4 y 5 se desprende lo lógico del resultado anterior ya que el sesgo no es constante sino que disminuye directamente con los valores de volúmenes reales. En este caso, el método de Freese para la prueba de la tabla libre de sesgos, requiere de una regresión de los valores tabulados sobre los reales. Obtenida la regresión, el valor de chi cuadrado se obtiene a partir de la variación no explicada y el error típico máximo permisible para n-2 grados de libertad.

$$\chi^2_{n-2(GL)} = \frac{196^2}{p^2} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{x_i - \mu_i}{\mu_i} \right)^2 \quad (9)$$

Llevada a cabo una regresión lineal se calcularon los valores residuales obteniéndose los siguientes valores de chi calculados y chi tabulados para n-2 grados de libertad, Cuadro 10.

CUADRO N° 10. RESULTADOS DEL TEST DE FREESE ELIMINADOS LOS SESGOS A TRAVES DE UNA REGRESION LINEAL PARA UN ERROR MAXIMO DE UN 20 °/o CON UN 95 °/o DE PROBABILIDAD

Volumen	Indice de Utilización	N° de árboles muestra	Valor de chi cuadrado n-2 grados de libertad	
			Calculado	Tabulado
Cúbico	10	540	568,6	592,7
Cúbico	15	421	514,0	467,4
Cúbico	20	274	111,3	311,1
Cúbico	25	153	53,2	180,3
Aserrable	10	478	500,8	527,5
Aserrable	15	411	65,4	456,8
Aserrable	20	273	111,3	310,1
Aserrable	25	153	52,3	180,3

Los valores de chi cuadrado disminuyeron considerablemente frente a los presentados en los Cuadros 8 y 9 y en todas las tablas, con excepción de la tabla de volumen cúbico para un índice de utilización de 15 cm, se alcanza la precisión deseada. En el caso particular del volumen cúbico hasta 15 cm, el valor de chi calculado es todavía levemente superior al tabulado, pero su diferencia es despreciable por lo cual se le considerará con la precisión requerida.

Sintetizando lo anteriormente expuesto resulta que las tablas alcanzan la precisión establecida como mínima, después de eliminar la presencia de errores de tipo sistemático, a través de relaciones lineales entre valores reales y estimados.

INFOR

4. CORRECCION DE LAS TABLAS

Del análisis anterior fluye la posibilidad de una corrección de la tabla, por medio de un procedimiento sumamente simple, eliminando el sesgo a través de la regresión de volúmenes reales y estimados. En efecto, se comprobó que era posible la eliminación de este error sistemático en forma lógicamente aproximada a través de una regresión lineal, de tal modo que se hiciera posible la disminución del error típico en todo el rango dimensional de los árboles individuales, bajo el 10%/o establecido como máximo, condición esta de gran exigencia si consideramos que se trata de una tabla de aplicación general.

Conocida la ecuación que relaciona los valores reales con los estimados

$$\mu_i = f(x_i) \qquad (10)$$

y teniendo la ecuación original de las tablas incluídas en el Cuadro 1, donde

$$x_i = f(d^2\ hf) \qquad (11)$$

Podemos expresar μ_i en función de d^2 hf a través de un simple reemplazo del valor x_i en la ecuación (10). Desarrollando la expresión queda, finalmente, la nueva ecuación de volumen eliminados los sesgos.

Debemos distinguir entre el problema del volumen cúbico y el volumen aserrable. Los errores de estimación del volumen aserrable incluyen errores atribuíbles exclusivamente a la regla internacional de 1/4". La exactitud de la regla internacional se está probando separadamente dentro del proyecto "Factores y coeficientes para pino insigne".

Ese estudio permitirá corregir la ecuación de la regla internacional y con ello establecer una nueva expresión para el volumen aserrable, a partír de la cual se podrá proceder a la elaboración de una nueva tabla. Una corrección de la actualmente existente, en los mismos términos que se propone para el volumen cúbico no es del todo recomendable porque siempre la estimación estaría, en último término, siendo afectada por el error propio de la regla internacional empleada como base para el cálculo de este volumen. No obstante, la corrección se llevó a cabo en la seguridad de que en breve, disponiéndose de una regla maderera apropiada, se procederá a la elaboración de una nueva tabla.

Las ecuaciones de regresión definitivas empleadas en la eliminación de los sesgos para los distintos volúmenes e índices de utilización se incluyen en el Cuadro 11.

CUADRO N° 11. ECUACIONES DE REGRESION EMPLEADAS EN LA ELIMINACION DE LOS SESGOS DE LAS DISTINTAS TABLAS

Volumen	Indice de Utilización	Ecuación de regresión entre Valores reales y tabulados	Coeficiente correlación	Error de la estimación
Cúbico m3	10	$\mu i = -0.0328 + 1.0317\ x_i$	0.999	0.0223
Cúbico m3	15	$\mu i = -0.0467 + 1.0477\ x_i$	0.998	0.0382
Cúbico m3	20	$\mu i = -0.0765 + 1.0559\ x_i$	0.998	0.0316
Cúbico m3	25	$\mu i = -0.1907 + 1.1182\ x_i$	0.997	0.0458
Aserrable pm	10	$\mu i = +2.3270 + 0.9618\ x_i$	0.999	5.1670
Aserrable pm	15	$\mu i = -0.6798 + 0.9755\ x_i$	0.999	4.7675
Aserrable pm	20	$\mu i = -9.6104 + 0.9944\ x_i$	0.998	6.8845
Aserrable pm	25	$\mu i = -49.7863 + 1.0807\ x_i$	0.997	11.2769

INFOR

Efectuando en cada una de ellas el reemplazo de la ecuación original correspondiente en el Cuadro 1, se llegó a las expresiones corregidas presentadas en el Cuadro 12, para volumen cúbico y aserrable.

CUADRO N° 12. FUNCIONES GENERALES DE VOLUMEN PARA PINO INSIGNE
(corregidas)

Volumen	Indice de Utilización	Ecuación (válidas para el rango diametral de 12 a 56 cm)
Cúbico	10	$v = + 0.001881 + 0.000000349531$ d2hf
Cúbico	15	$v = - 0.084734 + 0.000000359402$ d2hf
Cúbico	20	$v = - 0.244219 + 0.000000366351$ d2hf
Cúbico	25	$v = - 0.525552 + 0.000000380398$ d2hf
Aserrable	10	$v = - 21.174602 + 0000079296$ d2hf
Aserrable	15	$v = - 34.578326 + 0000081440$ d2hf
Aserrable	20	$v = - 63.469380 + 0000083727$ d2hf
Aserrable	25	$v = - 37.85761 + 0000090102$ d2hf

INFOR

5. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

Las ecuaciones corregidas, que de acuerdo al test de Freese cumplen con la condición impuesta previamente, que en todo su rango de valores la estimada caiga dentro del 20°/o de error máximo admisible para un 95°/o de probabilidad, se probaron calculando las desviaciones de los volúmenes estimados por las nuevas expresiones con respecto a los valores reales. Estas diferencias se presentan en relación a las clases de diámetro, para ambos tipos de volúmenes y todos los índices de utilización de los Cuadros 13 y 14. Se comprueba en el análisis de estos valores una sustancial reducción de las desviaciones porcentuales, que se hacen más evidentes al confrontarlas gráficamente en las figuras 10 a 17, con los errores de la tabla original.

La prueba de las tablas de volumen se practicó con un objetivo básico, su corrección, o, ante la imposibilidad de ello, la evaluación de posibles métodos alternativos de elaboración de nuevas tablas. No obstante haberse logrado la corrección de ellas, no puede descartarse la posibilidad de construcción de nuevas tablas, especialmente en el caso de volumen aserrable. Tampoco se puede dejar de mencionar en este sentido, que aún las tablas de volumen cúbico tienen limitantes en su corrección, ya que ésta es válida sólo para el rango dimensional de los árboles muestras. En efecto, los volúmenes individuales de aquellos árboles superiores a 56 centímetros de diámetro no pudieron ser probados y por lo tanto no es recomendable emplear para ello las ecuaciones corregidas.

En razón de este tipo de consideraciones, es que se incluye a continuación un somero análisis de las causas que pueden haber provocado los errores de tipo sistemático presentes en las tablas originales y posibles metodologías a emplear en la preparación de tablas de volumen. En este sentido se han realizado varios trabajos, Beers and Gingrich (1958), Honer (1965), Cunia (1964), Newham (1967), Gerrard (1966) y otros que se incluyen en la relación bibliográfica al final del informe.

Una de las causas que podría justificar la presencia de tan significativos errores de tipo sistemático sería la mala elección del modelo. Sin embargo, el modelo empleado en la construcción de estas tablas es probadamente eficaz, y en nuestro caso esto queda de manifiesto del momento que se pudo corregir la tabla conservando el modelo original. La explicación del sesgo debemos buscarla entonces en el método de ajuste. Al respecto, debemos recordar que el ajuste de una regresión no ponderada, procedimiento empleado en la construcción de estas tablas, supone que la variable dependiente, en este caso el volumen, tiene el mismo grado de variabilidad en todos los niveles de las variables independientes, diámetro, altura y forma.

Con el objeto de comprobar la validez de este supuesto, se agruparon los datos en clases de d^2h y se determinó la varianza del volumen cúbico hasta 10 cm índice de utilización para cada clase, Cuadro 15 y figura 18. Se probó la varianza igualmente por clases de d^2h^2 y para d^2hf comprobándose una menor heterogeneidad, especialmente para el último caso, pero manteniéndose siempre una tendencia factible de corregir a través de una ponderación.

La heterogeneidad de la varianza sería en consecuencia la razón fundamental en la presencia de los errores sistemáticos. No obstante, no se debe olvidar, que aunque las tablas corregidas cumplen con las condiciones que nos establecimos como mínimas, se mantienen errores sistemáticos leves en las clases diamétricas bajas, lo que podría estar evidenciando también cierta rigidez del modelo empleado.

Frente a la posibilidad de elaboración de nuevas tablas, se debe por lo tanto considerar la introducción de un factor de ponderación por la mayor variación de muestreo que presente el volumen en las clases diamétricas altas, y la elección de un modelo alternativo de mayor flexibilidad. Cuadro 15.

En el caso de d^2h podemos observar que prácticamente la tendencia de las varianzas es de tipo cuadrático o exponencial y no lineal, al igual como lo comprobaron Moser y Beers (1969) y Gerrard (1966). Para este caso Gerrard plantea la solución de un factor de ponderación equivalente a $1 / (d^2h)^2$ que contribuiría a homogeneizar la varianza y Moser y Beers aplican para cada clase de diámetro y altura un factor de ponderación equivalente a $1/S_i^2$, donde los valores de varianza se ajustan a la función.

$$S_i^2 = a_o \cdot e^{a_1 (d_i^2 h_i/1000)} \quad (12)$$

Los valores de volumen debidamente ponderados se ajustan luego a una función de tipo de variables combinadas modificadas.

$$V = a_o \; d^{a_1} \; h^{a_2} \quad (13)$$

aplicada para volúmenes comerciales donde h =

CUADRO Nº 13 VOLUMEN CUBICO REAL (VR), ESTIMADO CON LA TABLA CORREGIDA (VEC) Y DIFERENCIAS PORCENTUALES POR CLASES DE DIAMETRO E INDICE DE UTILIZACION

Clases de DAP cm	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS											
	10			15			20			25		
	Volumen m3		Diferencia porcentual	Volumen m3		Diferencia porcentual	Volumen m3		Diferencia porcentual	Volumen m3		Diferencia porcentual
	Tabla	Real		Tabla	Real		Tabla	Real		Tabla	Real	
14	0,086	0,065	+32,4									
16	0,122	0,103	+18,7									
18	0,157	0,148	+ 5,9	0,085	0,085	+17,5						
20	0,216	0,210	+ 2,7	0,140	0,108	+29,4						
22	0,264	0,266	- 0,5	0,188	0,180	+ 4,6						
24	0,346	0,351	- 1,2	0,268	0,263	+ 1,8	0,134	0,128	+ 4,5			
26	0,410	0,430	- 4,8	0,336	0,355	- 5,5	0,202	0,175	+15,5			
28	0,524	0,541	- 3,1	0,452	0,462	- 2,2	0,305	0,289	+ 5,5			
30	0,666	0,694	- 4,0	0,598	0,624	- 4,3	0,454	0,442	+ 2,6	0,290	0,260	+ 11,7
32	0,763	0,782	- 2,5	0,696	0,720	- 3,3	0,552	0,558	- 1,1	0,349	0,337	+ 3,6
34	0,892	0,915	- 2,6	0,829	0,853	- 2,8	0,686	0,706	- 2,9	0,452	0,452	+ 0,0
36	0,986	0,957	+ 3,0	0,924	0,908	+ 1,8	0,784	0,755	+ 3,8	0,542	0,495	+ 9,7
38	1,063	1,086	- 2,1	1,006	1,038	- 3,1	0,865	0,923	- 6,3	0,644	0,717	- 10,1
40	1,299	1,303	- 0,3	1,252	1,280	- 2,1	1,118	1,133	- 1,4	0,888	0,894	- 0,6
42	1,464	1,502	- 2,5	1,420	1,470	- 3,4	1,288	1,376	- 6,4	1,066	1,105	- 3,5
44	1,806	1,771	+ 1,9	1,773	1,749	+ 1,4	1,646	1,610	+ 2,2	1,436	1,452	- 1,0
46	2,008	1,939	+ 3,5	1,978	1,921	+ 3,0	1,858	1,832	+ 1,4	1,659	1,575	+ 5,3
48	2,082	2,133	- 2,4	2,053	2,090	- 1,8	1,935	1,972	- 1,9	1,738	1,829	- 5,0
50	2,340	2,364	- 1,0	2,215	2,228	- 0,6	2,206	2,222	- 0,7	2,019	2,037	- 0,9
52	2,810	2,767	+ 1,6	2,804	2,754	+ 1,8	2,700	2,651	+ 1,9	2,533	2,559	- 1,0
56	3,051	2,942	+ 3,7	3,052	2,897	+ 5,4	2,952	2,828	+ 4,4	2,794	2,669	+ 4,7
PRO-MEDIO	0,574	0,574	0,0	0,625	0,625	0,0	0,756	0,756	0,0	0,904	0,904	0,0

INFOR

CUADRO 14. VOLUMEN ASERRABLE REAL (VR), ESTIMADO CON LA TABLA CORREGIDA (VEC) Y DIFERENCIAS PORCENTUALES POR CLASES DE DIAMETRO E INDICES DE UTILIZACION

Clases de DAP cm	INDICES DE UTILIZACION, CENTIMETROS											
	10			15			20			25		
	Volumen pm		Diferencia	Volumen pm		Diferencia	Volumen pm		Diferencia	Volumen pm		Diferencia
	Tabla	Real	porcentual	Tabla	Real	porcentual	Tabla	Real	porcentual	Tabla	Real	porcentual
16	9,3	13,1	- 28,9									
18	15,2	19,3	- 21,2	11,9	10,4	+13,9						
20	28,0	29,3	- 4,4	16,5	16,4	+ 0,2						
22	38,9	39,9	- 2,7	27,1	28,9	- 6,1						
24	56,7	55,3	+ 2,5	45,4	45,0	+ 0,7	24,9	31,6	-21,1			
26	71,8	71,3	+ 0,7	60,9	62,4	- 2,4	38,6	39,7	- 2,8			
28	97,5	93,9	+ 3,8	87,3	84,8	+ 3,0	61,9	60,3	+ 2,6			
30	129,6	128,9	+ 0,5	120,0	120,8	- 0,6	95,7	92,8	+ 3,1	55,5	53,8	+ 3,1
32	150,8	146,3	+ 3,1	142,1	139,6	+ 1,8	118,2	115,4	+ 2,4	69,4	67,7	+ 2,6
34	180,4	178,1	+ 1,3	172,5	171,2	+ 0,8	149,4	148,7	+ 0,4	93,9	93,5	+ 0,4
36	201,7	187,9	+ 7,3	194,3	182,7	+ 6,3	171,8	160,2	+ 7,3	115,3	102,8	+12,1
38	219,1	219,5	- 0,2	212,2	214,3	- 1,0	190,3	197,1	- 3,4	139,2	154,9	- 10,1
40	273,6	268,1	+ 2,0	268,0	265,2	+ 1,1	247,7	243,2	+ 1,8	197,0	192,9	+ 2,1
42	310,6	321,1	- 3,3	306,1	317,7	- 3,6	286,8	302,9	- 5,3	239,1	248,9	- 3,9
44	387,8	389,6	+ 0,8	385,8	382,8	+ 0,8	368,8	361,0	+ 2,1	327,3	328,2	- 0,3
46	434,1	432,9	+ 0,3	433,0	431,2	+ 0,4	417,3	416,8	+ 0,1	379,5	364,4	+ 4,1
48	450,4	467,3	- 3,6	449,8	462,7	- 2,8	434,5	449,3	- 3,3	398,0	422,0	- 5,7
50	509,2	518,7	- 1,8	510,2	516,5	- 1,2	496,5	500,5	- 0,8	464,8	465,0	- 0,0
52	616,2	631,4	- 2,4	620,1	630,1	- 1,6	609,6	615,9	- 1,0	586,4	601,9	- 2,6
56	670,8	655,0	+ 2,4	676,1	650,8	+ 3,9	667,2	642,0	+ 3,9	648,4	611,3	+ 6,1
PRO-MEDIO	123,4	123,4	0,0	132,9	132,9	0,0	179,0	179,0	0,0	200,7	200,7	0,0

INFOR

CUADRO Nº 15. VARIANZAS DE LOS VOLUMENES CUBICOS DE ARBOLES INDIVIDUALES CALCULADOS HASTA UN INDICE DE UTILIZACION DE 10 cm. SEGUN CLASES DE d2h y d2hf

Clases d2h	Varianza (m3)2	Clases d2hf (miles)	Varianza (m3)2
1 - 5.000	0,0010	1 - 500	0,0021
5.001 - 10.000	0,0011	501 - 1.000	0,0023
10.001 - 15.000	0,0024	1.001 - 1.500	0,0041
15.001 - 20.000	0,0040	1.501 - 2.000	0,0040
20.001 - 25.000	0,0060	2.001 - 2.500	0,0031
25.001 - 30.000	0,0070	2.501 - 3.000	0,0077
30.001 - 35.000	0,0097	3.001 - 3.500	0,0065
35.001 - 40.000	0,0143	3.501 - 4.000	0,0197
40.001 - 45.000	0,0153		

altura comercial. Según Spurr (1952) el reemplazo de la altura total por la altura comercial es recomendable para el volumen aserrable.

Una ecuación similar emplea Newham para la estimación del volumen cúbico con relativo éxito sobre la tradicional fórmula de variables combinadas.

$$V = a_o + a_1 d^{a_2} h^{a_3} \quad (14)$$

La clase de forma de Girard tiene un notable efecto como normalizador de la varianza. La tendencia a la varianza para las clases de d^2hf es lineal.

$$S^2 = b\ d^2\ hf \quad (15)$$

Para que la varianza sea constante:

$$\frac{S^2}{d^2\ hf} = b \quad (16)$$

El factor recomendable de ponderación en este caso es, en consecuencia:

$$\frac{1}{d^2\ hf} \quad (17)$$

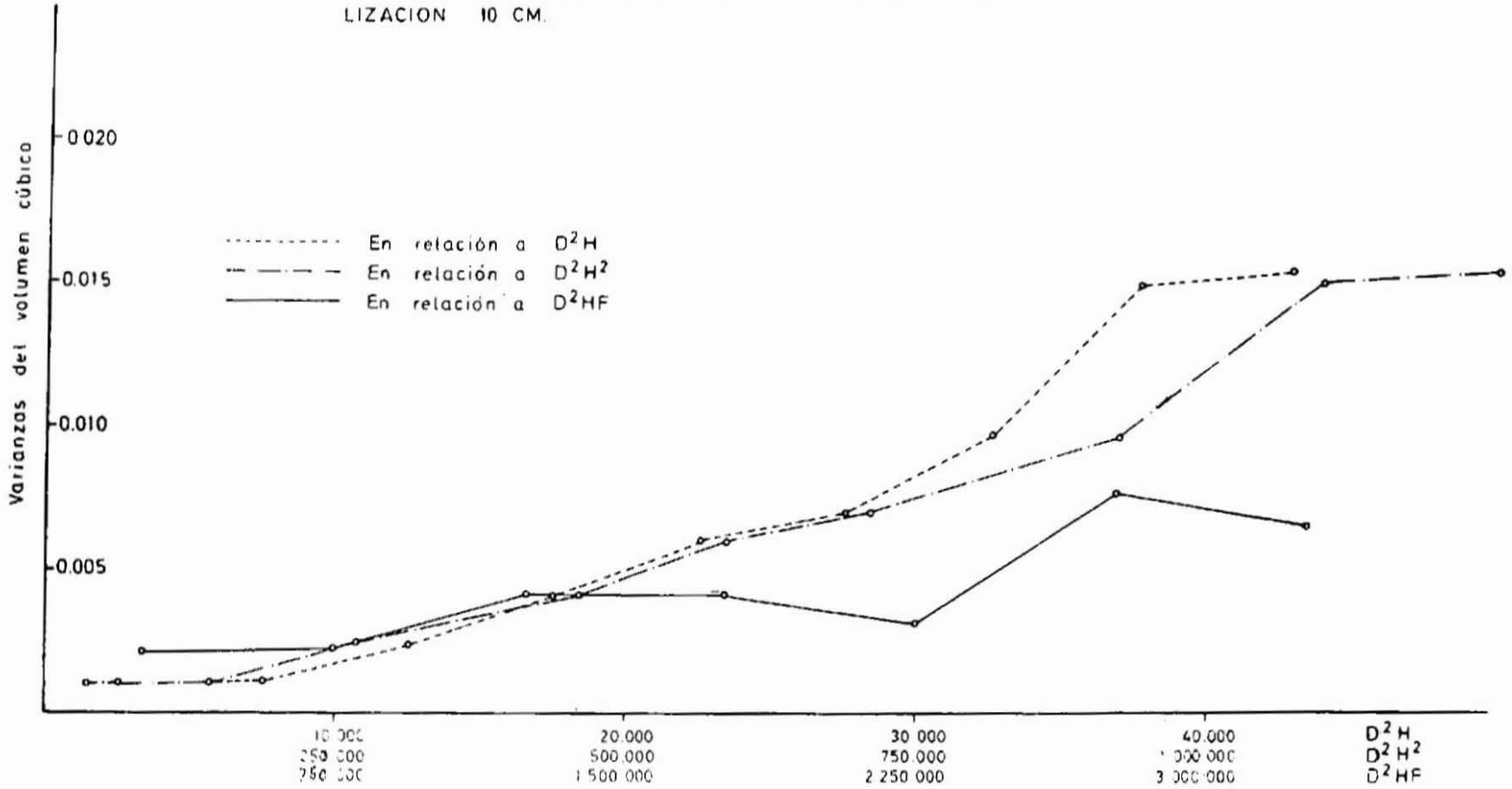
El problema es más complicado cuando se trata de volúmenes aserrables y alturas comerciales, ya que ambas variables son más dependientes de factores comerciales que de aspectos biológicos. Por ejemplo, cuando la altura comercial se mide a distintos índices de utilización, la relación normalmente rectilínea volumen sobre altura por clase de diámetro, se muestra levemente curvada. Esto no obliga a buscar modelos más flexibles que la ecuación empleada.

Un análisis muy laborioso de las posibles metodologías para la construcción de tablas generales de volumen y la obtención de factores de ponderación lo entrega Gerrard (1966).

INFOR

FIGURA 18

VARIANZAS DE LOS VOLUMENES CUBICOS DE ARBOLES INDIVIDUALES CALCULADOS HASTA UN INDICE DE UTILIZACION 10 CM.



INFOR

BIBLIOGRAFIA

1. **BEERS, T.W. and GINGRICH,S.F. 1958,**Construction of Cubic-foot volume Tables for Red Oak in Pennsylvania. Journal of Forestry, 56 (1) 210 - 215. .

2. **BRYAN, M.B and J.P. MacClure,1962,** Board-foot and cubic-foot volume computing equationes for southeastern tree species U.S.D.A. For. Service SE, paper N^{O} 145

3. **CUNIA,T., 1964,** Weighted least squares method and construction of volume tables. For. Sci. 10: 180 - 191

4. **FREESE,F., 1960,** Testing Accuracy For.Sci., 6: 139 - 145

5. **GEDNEY,D.R. and F.A. JOHNSON,** 1959, Weighting factors for computing the relation between tree volume and abh in the Pacific Northwest U.S.D.A. For. Service, Pacific NW, Research Note N^{O} 174.

6. **GERRARD,D.J., 1966,** The construction of standard tree volume tables by weighted regression.Univ. of Toronto,Tech. Report N^{O} 6.

7. **HONER.T.G., 1965,** A new total cubic foot volume function.For Chron. 41: 476 - 493.

8. **HUSCH,B., MILLER,Ch. I. and BEERS,T.W., 1972,** Forest Mensuration. The Ronald Press Co., N.Y.

9. **INSTITUTO FORESTAL, 1965,** Tablas de volumen para pino insigne. Boletín Técnico N^{O} 2.

10. **NEWHAM,R,M., 1967,** A modification to the Combined Variable Formula for Computing Tree Volumen, Journal of For.,65 (10):719-720.

11. **SPURR,S.H., 1952,** Forest Inventory. The Ronald Press Co. N.Y

INFOR